

fare sismica  **APPUNTI**

Stabilità di colonne presso-flesse

Domenico Leone



Stabilità di colonne presso-flesse

Domenico Leone

Il prof. Domenico Leone vanta un'esperienza più che trentennale nel campo della progettazione e realizzazione di strutture metalliche sia in campo industriale che infrastrutturale e civile ed è titolare del laboratorio di "Costruzione dell'Architettura" presso la facoltà di Architettura di Genova in qualità di professore a contratto. E' consulente di azienda avendo occupato in precedenza il ruolo di Responsabile del settore di progettazione di opere in carpenteria metallica prima presso la Società Italmont S.p.A. e successivamente presso le Società SMSDemag e Paul-Wurth S.p.A.

Ha partecipato alla progettazione di grandi impianti industriali di produzione e trasformazione dell'acciaio e ne ha seguito la realizzazione con le imprese costruttrici e di montaggio acquisendo ampia esperienza in tutti i settori del ciclo di esecuzione delle opere metalliche.

Per il suo impegno in campo internazionale vanta ampia conoscenza delle norme di settore utilizzate in varie nazioni con particolare riguardo agli Eurocodici.

Ha esercitato ed esercita tuttora attività formativa in ambito Aziendale, Universitario, Pubblico, Privato e dell'Ordine Professionale.

È autore del libro "Eurocodice 3" edito da Sistemi Editoriali nonché di numerosi programmi di calcolo automatico dedicati sia alla progettazione di strutture in acciaio di impianti industriali che alla progettazione di componenti strutturali e di dettaglio proprie degli edifici civili e delle infrastrutture (pacchetto SAITU edito da STA DATA S.r.l.) in base agli Eurocodici ed alle nuove Norme Tecniche per le Costruzioni.

La presente pubblicazione è tutelata dalla legge sul diritto d'autore e non può essere divulgata senza il permesso scritto dell'autore.

S.T.A. DATA srl
Corso Raffaello, 12 - 10126 Torino
tel. 011 6699345 www.stadata.com

Indice

Parte I	Stabilità di colonne presso-flesse in acciaio	4
1	Premessa	4
2	Calcolo in conformità alla norma ENV 1993-1-1	5
3	Calcolo in conformità alla norma EN 1993-1-1	6
4	Considerazioni finali	27

1 *Stabilità di colonne presso-flesse in acciaio*

1.1 *Premessa*

In questo articolo si vuole esporre un tema molto ricorrente nella progettazione di strutture in acciaio che ha subito negli anni una evoluzione concettuale nel metodo fino al limite della incomprensibilità del calcolo che si esegue attraverso la definizione di coefficienti dall'oscuro significato fisico che richiedono, a noi utenti della materia, un vero e proprio atto di fede.

Il tema è affrontato attraverso un esempio pratico relativo ad una colonna semplice di sezione costante bi-simmetrica eseguito passo-passo in base a 3 metodi di calcolo proposti nel tempo a partire dalla norma europea ENV 1993-1-1 e successivamente dalla versione definitiva della stessa norma EN 1993-1-1 recepita dalla normativa nazionale NTC 2008 con poche ma sostanziali modifiche. Il documento di applicazione nazionale (DAN) della norma EN 1993-1-1, approvato dal Consiglio Superiore dei LL. PP. in data 27 luglio 2007, dovrebbe essere superato dai contenuti della norma nazionale NTC 2008 ma, come vedremo non è così.

1.2 Calcolo in conformità alla norma ENV 1993-1-1

La norma sperimentale ENV 1993-1-1 definiva un criterio relativamente semplice per la verifica in oggetto attraverso il calcolo di pochi coefficienti di riduzione della resistenza alla instabilità ma soprattutto fornendo informazioni sul calcolo del **momento critico elastico** sia per sezioni bi-simmetriche che per sezioni mono-simmetriche. La verifica di stabilità in base alla norma ENV 1993-1-1 è riassunta nelle seguenti espressioni.

a) verifica a presso-flessione:

sezioni di classe 1 e 2:

$$\frac{N_{Sd}}{\chi_{min} A f_y / \gamma_{M1}} + \frac{k_y M_{y,Sd}}{W_{pl,y} f_y / \gamma_{M1}} + \frac{k_z M_{z,Sd}}{W_{pl,z} f_y / \gamma_{M1}} \leq 1$$

Sezioni di classe 3:

$$\frac{N_{Sd}}{\chi_{min} A f_y / \gamma_{M1}} + \frac{k_y M_{y,Sd}}{W_{el,y} f_y / \gamma_{M1}} + \frac{k_z M_{z,Sd}}{W_{el,z} f_y / \gamma_{M1}} \leq 1$$

Sezioni di classe 4:

$$\frac{N_{Sd}}{\chi_z A_{eff} f_y / \gamma_{M1}} + \frac{k_{LT} (M_{y,Sd} + N_{Sd} e_{Ny})}{\chi_{LT} W_{eff,y} f_y / \gamma_{M1}} + \frac{k_z (M_{z,Sd} + N_{Sd} e_{Nz})}{W_{eff,z} f_y / \gamma_{M1}} \leq 1$$

b) verifica a flesso-torsione:

Sezioni di classe 1 e 2:

$$\frac{N_{Sd}}{\chi_z A f_y / \gamma_{M1}} + \frac{k_{LT} M_{y,Sd}}{\chi_{LT} W_{pl,y} f_y / \gamma_{M1}} + \frac{k_z M_{z,Sd}}{W_{pl,z} f_y / \gamma_{M1}} \leq 1$$

Sezioni di classe 3:

$$\frac{N_{Sd}}{\chi_z A f_y / \gamma_{M1}} + \frac{k_{LT} M_{y,Sd}}{\chi_{LT} W_{el,y} f_y / \gamma_{M1}} + \frac{k_z M_{z,Sd}}{W_{el,z} f_y / \gamma_{M1}} \leq 1$$

Sezioni di classe 4:

$$\frac{N_{Sd}}{\chi_z A_{eff} f_y / \gamma_{M1}} + \frac{k_{LT} (M_{y,Sd} + N_{Sd} e_{Ny})}{\chi_{LT} W_{eff,y} f_y / \gamma_{M1}} + \frac{k_z (M_{z,Sd} + N_{Sd} e_{Nz})}{W_{eff,z} f_y / \gamma_{M1}} \leq 1$$

Nel seguito vedremo il significato dei coefficienti di riduzione della resistenza alla instabilità indicati nelle formule.

1.3 Calcolo in conformità alla norma EN 1993-1-1

La norma vigente EN 1993-1-1 fornisce 2 metodi di verifica di resistenza alla instabilità ovvero: **metodo 1** e **metodo 2** riportati rispettivamente nell'allegato A e nell'allegato B.

Entrambi i metodi fanno riferimento alle seguenti espressioni generali:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yz} \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,Rk}}{\gamma_{M1}}} \leq 1$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{zz} \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,Rk}}{\gamma_{M1}}} \leq 1$$

I fattori di interazione k_{yy} , k_{yz} , k_{zy} , k_{zz} sono diversamente calcolati per i 2 metodi citati in base alle seguenti espressioni:

Metodo 1:

Table A.1: Interaction factors k_{ij} (6.3.3(4))

Interaction factors	Design assumptions	
	elastic cross-sectional properties class 3, class 4	plastic cross-sectional properties class 1, class 2
k_{yy}	$C_{my} C_{mLT} \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}}$	$C_{my} C_{mLT} \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \frac{1}{C_{yy}}$
k_{yz}	$C_{mz} \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}}$	$C_{mz} \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}} \frac{1}{C_{yz}} 0,6 \sqrt{\frac{W_z}{W_y}}$
k_{zy}	$C_{my} C_{mLT} \frac{\mu_z}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}}$	$C_{my} C_{mLT} \frac{\mu_z}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \frac{1}{C_{zy}} 0,6 \sqrt{\frac{W_y}{W_z}}$
k_{zz}	$C_{mz} \frac{\mu_z}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}}$	$C_{mz} \frac{\mu_z}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}} \frac{1}{C_{zz}}$

Metodo 2:

Table B.1: Interaction factors k_{ij} for members not susceptible to torsional deformations

Interaction factors	Type of sections	Design assumptions	
		elastic cross-sectional properties class 3, class 4	plastic cross-sectional properties class 1, class 2
k_{yy}	I-sections RHS-sections	$C_{my} \left(1 + 0,6 \bar{\lambda}_y \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{my} \left(1 + 0,6 \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$	$C_{my} \left(1 + (\bar{\lambda}_y - 0,2) \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{my} \left(1 + 0,8 \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$
k_{yz}	I-sections RHS-sections	k_{zz}	$0,6 k_{zz}$
k_{zy}	I-sections RHS-sections	$0,8 k_{yy}$	$0,6 k_{yy}$
k_{zz}	I-sections	$C_{mz} \left(1 + 0,6 \bar{\lambda}_z \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{mz} \left(1 + 0,6 \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$	$C_{mz} \left(1 + (2\bar{\lambda}_z - 0,6) \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{mz} \left(1 + 1,4 \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$
	RHS-sections	$C_{mz} \left(1 + 0,6 \bar{\lambda}_z \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{mz} \left(1 + 0,6 \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$	$C_{mz} \left(1 + (\bar{\lambda}_z - 0,2) \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{mz} \left(1 + 0,8 \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$

For I- and H-sections and rectangular hollow sections under axial compression and uniaxial bending $M_{y,Ed}$ the coefficient k_{zy} may be $k_{zy} = 0$.

Termini ausiliari e fattori di momento saranno esplicitati nell'esempio che segue.

2 - Esempio numerico:

Si riporta di seguito un caso reale relativo ad una colonna di sostegno di una copertura come rappresentato nella seguente immagine:



Si vuole utilizzare una colonna IPE 600 in acciaio S 275

Altezza (distanza tra le estremità vincolate a torsione)

H = 599 cm

CLASSIFICAZIONE DELLA SEZIONE																					
Rapporto larghezza / spessore :	<table border="1"> <tr> <td>anima</td> <td>d/t_w =</td> <td>42,83</td> </tr> <tr> <td>ali sporgenti</td> <td>c/tf =</td> <td>4,21</td> </tr> <tr> <td>elementi interni</td> <td>c/t =</td> <td>0,00</td> </tr> </table>	anima	d/t _w =	42,83	ali sporgenti	c/tf =	4,21	elementi interni	c/t =	0,00											
anima	d/t _w =	42,83																			
ali sporgenti	c/tf =	4,21																			
elementi interni	c/t =	0,00																			
	per sezione scatolare																				
Rapp. limite larghezza/spessore anima :	<table border="1"> <tr> <td colspan="2">presso-fless.</td> <td colspan="2">anima</td> </tr> <tr> <td>classe 1</td> <td>59,83</td> <td>$\alpha_d =$</td> <td>0,548 = a_c / d</td> </tr> <tr> <td>classe 2</td> <td>68,89</td> <td>$\psi_d =$</td> <td>-0,913 = σ_T / σ_C</td> </tr> <tr> <td>classe 3</td> <td>105,27</td> <td>$\psi_y =$</td> <td>-0,92471</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>classe dell'anima</td> <td>1</td> </tr> </table>	presso-fless.		anima		classe 1	59,83	$\alpha_d =$	0,548 = a _c / d	classe 2	68,89	$\psi_d =$	-0,913 = σ_T / σ_C	classe 3	105,27	$\psi_y =$	-0,92471			classe dell'anima	1
presso-fless.		anima																			
classe 1	59,83	$\alpha_d =$	0,548 = a _c / d																		
classe 2	68,89	$\psi_d =$	-0,913 = σ_T / σ_C																		
classe 3	105,27	$\psi_y =$	-0,92471																		
		classe dell'anima	1																		
asse neutro elastico = cm 28,826																					
coefficiente di adattamento 0,987																					
Rapp. limite larghezza/spessore piattab.	<table border="1"> <tr> <td colspan="2">ali sporgenti</td> <td colspan="2">ali sporgenti</td> </tr> <tr> <td>classe 1</td> <td>8,32</td> <td>$\alpha_c =$</td> <td>1,000</td> </tr> <tr> <td>classe 2</td> <td>9,24</td> <td>$\psi_c =$</td> <td>1,000</td> </tr> <tr> <td>classe 3</td> <td>12,73</td> <td>$\psi_z =$</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>classe piattabanda</td> <td>1</td> </tr> </table>	ali sporgenti		ali sporgenti		classe 1	8,32	$\alpha_c =$	1,000	classe 2	9,24	$\psi_c =$	1,000	classe 3	12,73	$\psi_z =$	1			classe piattabanda	1
ali sporgenti		ali sporgenti																			
classe 1	8,32	$\alpha_c =$	1,000																		
classe 2	9,24	$\psi_c =$	1,000																		
classe 3	12,73	$\psi_z =$	1																		
		classe piattabanda	1																		
asse neutro elastico = cm 0,000																					
coefficiente di adattamento 1,000																					
	ks = 0,43																				
CLASSE SEZIONE	1																				

Sollecitazioni di progetto:

$$N_{x,Sd} = 161,5 \text{ kN}$$

$$M_{y,Sd} = 75500 \text{ kNcm}$$

Coeff. sicurezza:	$\gamma_{M0} = \gamma_{M1} = 1$
Tensione di snervamento di progetto	$f_{yd} = 275 \text{ N/mm}^2$
<u>Caratteristiche geometriche della sezione:</u>	
Area	$A = 156 \text{ cm}^2$
modulo di resistenza elastico	$W_{el,y} = 3069 \text{ cm}^3$
	$W_{el,z} = 308 \text{ cm}^3$
modulo di resistenza plastico	$W_{pl,y} = 3512 \text{ cm}^3$
	$W_{pl,z} = 486 \text{ cm}^3$
Momento di inerzia flessionale massimo	$I_y = 92080 \text{ cm}^4$
Momento di inerzia flessionale minimo	$I_z = 3387 \text{ cm}^4$
Costante di ingobbamento	$I_w = 2845827 \text{ cm}^6$
Momento di inerzia torsionale	$I_t = 165 \text{ cm}^4$
Resistenza plastica a compressione kN	$N_{pl,Rd} = A \cdot f_{y,d} = 4290$
Resistenza plastica a flessione 96580 kNcm	$M_{pl,y,Rd} = W_{pl,y} \cdot f_{y,d} =$
<u>Parametri per la verifica di stabilità a presso-flessione (validi per i 3 metodi):</u>	
lunghezze libere di inflessione	$L_{0y} = 599 \text{ cm}$
	$L_{0z} = 599 \text{ cm}$
Snellezze della colonna	$\lambda_y = 24,66$
	$\lambda_z = 128,55$
carico critico euleriano	

$$N_{cr,y} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_y}{L_{0y}^2} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot A}{\lambda_y^2}$$

$$N_{cr,z} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}{L_{0z}^2} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot A}{\lambda_z^2}$$

$$N_{cr,y} = 53190 \text{ kN}$$

$$N_{cr,z} = 1956 \text{ kN}$$

snellezza adimensionale relativa

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{Af_y}{N_{cr}}} = \frac{L_{cr}}{i} \frac{1}{\lambda_1}$$

$$\lambda_y = 0,284$$

$$\lambda_z = 1,481$$

rapporto momenti di estremità

$$\psi_y = 0$$

tipo di vincolo delle estremità (pienamente efficace)

$$k = 0,5$$

$$k_w = 0,5$$

coefficienti di imperfezione

$$\alpha_y = 0,21$$

$$\alpha_z = 0,34$$

coefficienti di instabilità flessionale

$$\phi_y = 0,5 \cdot [1 + \alpha \cdot (\bar{\lambda}_y - 0,2) + \bar{\lambda}_y^2]$$

$$\phi_z = 0,5 \cdot [1 + \alpha \cdot (\bar{\lambda}_z - 0,2) + \bar{\lambda}_z^2]$$

$$\phi_y = 0,5492$$

$$\phi_z = 1,8144$$

Coefficienti di riduzione per presso-flessione

$$\chi_y = \frac{1}{\phi_y + [\phi_y^2 - \bar{\lambda}_y^2]^{0,5}}$$

$$\chi_z = \frac{1}{\phi_z + [\phi_z^2 - \bar{\lambda}_z^2]^{0,5}}$$

$$\chi_y = 0,9812$$

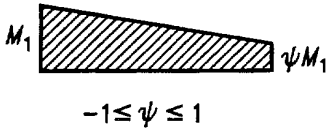
$$\chi_z = 0,3493$$

minimo valore del coefficiente di riduzione

$$\chi_{\min} = 0,3493$$

2.1 - Parametri per la verifica di stabilità a presso-flessione (validi per il metodo ENV 1993-1-1):

coefficiente di momento equivalente (ricavato dalla fig. 5.5.3 della ENV 1993-1-1)

Diagramma del momento	Coefficiente di momento equivalente uniforme β_M
<p>Momenti all'estremità</p>  <p style="text-align: center;">$-1 \leq \psi \leq 1$</p>	$\beta_{M,\psi} = 1,8 - 0,7 \psi$

coefficiente di momento equivalente

$$\beta_{M,y} = 1,8$$

coefficiente μ

$$\mu_y = \bar{\lambda}_y \cdot (2 \cdot \beta_{M,y} - 4) + \left[\frac{W_{pl,y} - W_{el,y}}{W_{el,y}} \right]$$

$$\mu_y = 0,031$$

Coefficiente di interazione N-M

$$k_y = 1 - \frac{\mu_y \cdot N_{sd}}{\chi_y \cdot A \cdot f_y}$$

$$k_y = 0,999 < 1,5$$

2.2 - Parametri per la verifica di stabilità a flesso-torsione (validi per i 3 metodi):

momento critico elastico (espressione generale secondo ENV 1993-1-1)

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 E I_z}{(kL)^2} \left\{ \left[\left(\frac{k}{k_w} \right)^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{(kL)^2 G I_t}{\pi^2 E I_z} + (C_2 z_g - C_3 z_j)^2 \right]^{0,5} - (C_2 z_g - C_3 z_j) \right\}$$

Per sezioni doppiamente simmetriche $z_j = 0$ (z_j è definito di seguito)

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 E I_z}{(kL)^2} \left\{ \left[\left(\frac{k}{k_w} \right)^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{(kL)^2 G I_t}{\pi^2 E I_z} + (C_2 z_g)^2 \right]^{0,5} - C_2 z_g \right\}$$

Per la condizione di carico di momenti agli estremi $C_2 = 0$ (tab. F1.1 - ENV 1993-1-1)

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 E I_z}{(kL)^2} \left[\left(\frac{k}{k_w} \right)^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{(kL)^2 G I_t}{\pi^2 E I_z} \right]^{0,5}$$

Per z_j si possono usare le seguenti equazioni approssimate:

quando $\beta_f > 0,5$:

$$z_j = 0,8 (2\beta_f - 1) h_s/2$$

quando $\beta_f < 0,5$:

$$z_j = 1,0 (2\beta_f - 1) h_s/2$$

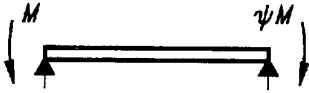

dove: $\beta_f = \frac{I_{fc}}{I_{fc} + I_{ft}}$

I_{fc} è il momento di inerzia dell'ala in compressione rispetto all'asse minore della sezione;

I_{ft} è il momento di inerzia dell'ala in trazione rispetto all'asse minore della sezione;

h_s è la distanza fra i centri di taglio delle ali.

Per il caso in esame deve quindi essere ricercato il solo coefficiente per l'instabilità laterale C_1 il quale può essere ricavato dalla tab. F1.1 della norma ENV 1993-1-1 per distribuzione del momento con $\psi_y = 0$ e incastro delle estremità ($k = 0,5$).

Condizioni di carico e di vincolo	Diagramma del momento flettente	Valori di k	Valori dei coefficienti		
			C_1	C_2	C_3
		1,0	1,879		0,939
		0,7	2,092	-	1,473
		0,5	2,150		2,150

Coefficiente per l'instabilità laterale

$$C_1 = 2,150$$

Lunghezza tra i ritegni torsionali

$$L = L_T = 599 \text{ cm}$$

Momento critico elastico

$$M_{cr} = 534848 \text{ kNm}$$

Snellezza adimensionale relativa

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_{ply} \cdot f_y}{M_{cr}}}$$

$$\lambda_{LT} = \mathbf{0,4250}$$

Rapporto altezza/larghezza sezione

$$h/b = 2,73 > 2$$

Coefficiente di imperfezione per profilo laminato a I

- metodo secondo ENV 1993-1-1 (profilo laminato)

$$\alpha_{LT} = \mathbf{0,21}$$

- metodo secondo EN 1993-1-1 (profilo laminato a I; $h/b > 2$)

$$\alpha_{LT} = \mathbf{0,49}$$

coefficienti di instabilità flessionale

- metodo secondo ENV 1993-1-1 (profilo laminato)

$$\phi_{LT} = 0,5 \cdot [1 + \alpha_{LT} \cdot (\bar{\lambda}_{LT} - 0,2) + \bar{\lambda}_{LT}^2]$$

$$\phi_{LT} = 0,6139$$

- metodo secondo EN 1993-1-1 (profilo laminato a I; $h/b > 2$)

$$\Phi_{LT} = 0,5 [1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - \bar{\lambda}_{LT,0}) + \beta \bar{\lambda}_{LT}^2]$$

$$\phi_{LT} = 0,5739$$

$$\bar{\lambda}_{LT,0} = 0,4 \text{ (maximum value)}$$

$$\beta = 0,75 \text{ (minimum value)}$$

Coefficiente di riduzione per flesso-torsione

- metodo secondo ENV 1993-1-1

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + [\phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2]^{0,5}}$$

$$\chi_{LT} = \mathbf{0,9461}$$

- metodo secondo EN 1993-1-1

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \beta \bar{\lambda}_{LT}^2}} \text{ but } \begin{cases} \chi_{LT} \leq 1,0 \\ \chi_{LT} \leq \frac{1}{\bar{\lambda}_{LT}^2} \end{cases}$$

$$\chi_{LT} = \mathbf{0,9861}$$

2.3 - Parametri per la verifica di stabilità a flessione-torsione (validi per il metodo **ENV 1993-1-1**):

coefficiente di momento equivalente (ricavato dalla fig. 5.5.3 della ENV 1993-1-1)

coefficiente di momento equivalente $\beta_{M,LT} = 1,8$

coefficiente μ_{LT}

$$\mu_{LT} = 0,15 \cdot \bar{\lambda}_z \cdot \beta_{M,LT} - 0,15 \leq 0,90 \quad \mu_{LT} = 0,250$$

Coefficiente di interazione N-M

$$k_{LT} = 1 - \frac{\mu_{LT} \cdot N_{Sd}}{\chi_z \cdot A \cdot f_y} \quad k_{LT} = 0,973 < 1$$

2.4 - Parametri per la verifica di stabilità a flessione-torsione (validi per il **metodo 1** e **metodo 2** della EN 1993-1-1):

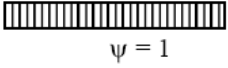

fattore di correzione per distribuzione del momento tra i vincoli:

$$f = 1 - 0,5(1 - k_c)[1 - 2,0(\bar{\lambda}_{LT} - 0,8)^2] \quad \text{but } f \leq 1,0$$

Fattore di correzione k_c

$$k_c = 0,7519$$

Table 6.6: Correction factors k_c

Moment distribution	k_c
 $\psi = 1$	1,0
 $-1 \leq \psi \leq 1$	$\frac{1}{1,33 - 0,33\psi}$

fattore di correzione per distribuzione del momento tra i vincoli

$$f = 0,9108$$

coefficiente di riduzione modificato

$$\chi_{LT,mod} = \frac{\chi_{LT}}{f} \quad \text{but } \chi_{LT,mod} \leq 1 \quad \chi_{LT,mod} = 1,00$$

2.5 - Calcolo dei coefficienti di interazione N-M col metodo 1 della norma EN 1993-1-1

2.5.1 - Termini ausiliari:

$$\mu_y = \frac{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}}{1 - \chi_y \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}}$$

$$\mu_z = \frac{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}}{1 - \chi_z \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}}$$

$$\mu_y = 0,9999$$

$$\mu_z = 0,9447$$

$$W_y = \frac{W_{pl,y}}{W_{el,y}} \leq 1,5$$

$$W_z = \frac{W_{pl,z}}{W_{el,z}} \leq 1,5$$

$$w_y = 1,144$$

$$w_z = 1,5$$

$$n_{pl} = \frac{N_{Ed}}{N_{Rk} / \gamma_{M1}}$$

$$N_{Rk} = A_{eff} \cdot f_y$$

$$n_{pl} = 0,0376$$

$$a_{LT} = 1 - \frac{I_T}{I_y} \geq 0$$

$$a_{LT} = 0,9982$$

2.5.2 - Calcolo della forza critica elastica per instabilità torsionale ($N_{cr,T}$)

L'espressione e i dati per il calcolo della forza sono riportati nella norma **EN 1993-1-3** per le sezioni piegate a freddo al punto 6.2.3 (5),(6),(7).

$$N_{cr,T} = \frac{1}{i_0^2} \left(G I_t + \frac{\pi^2 E I_w}{l_T^2} \right)$$

$$\text{in cui } i_0^2 = i_y^2 + i_z^2 + y_0^2 + z_0^2$$

$$i_0^2 = 611,97 \text{ cm}^2$$

dove: i_y e i_z sono i raggi di inerzia della sezione lorda intorno ai rispettivi assi y e z

y_0 e z_0 sono le coordinate del centro di taglio rispetto al baricentro della sezione lorda

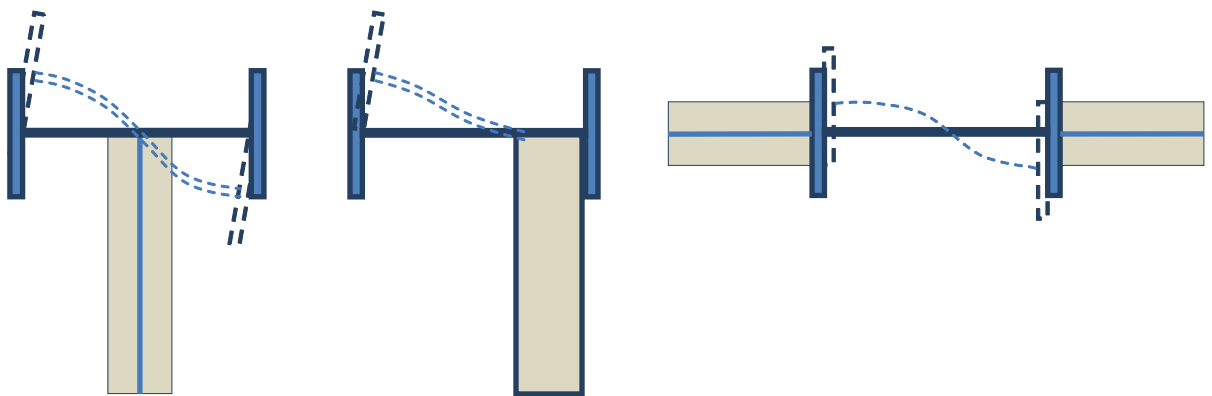
- per una sezione a doppia simmetria $y_0 = 0$ e $z_0 = 0$

l_T è la lunghezza libera per instabilità torsionale (item 6.2.3 (9));

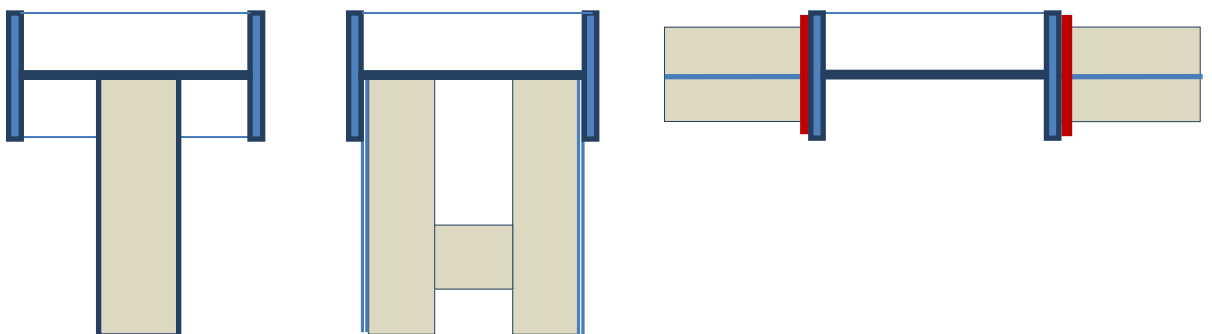
- per vincolo torsionale pienamente efficace $l_T = 0,7 \cdot L_T$ (L_T = distanza tra i vincoli torsionali)
- per vincolo torsionale parzialmente efficace $l_T = L_T$

la definizione di l_T deve ovviamente essere congruente con la definizione dei fattori di lunghezza libera k e k_w per la tipologia di vincolo di estremità scelta. Di seguito sono rappresentati alcuni esempi di vincolo torsionale e di svergolamento parzialmente e pienamente efficaci riferiti alle estremità di una colonna a I.

- Connessioni capaci di produrre vincolo torsionale e di svergolamento parziale



- Connessioni capaci di produrre vincolo torsionale e di svergolamento significativo



lunghezza libera per instabilità torsionale con incastro alle estremità

$$l_T = 0,7 \cdot L_T = 419,3 \text{ cm}$$

forza critica elastica per instabilità torsionale

$$N_{cr,T} = 7665,5 \text{ kN}$$

Per sezione doppiamente simmetrica, assumendo $N_{cr,TF} = N_{cr,T}$

$$N_{cr,T} < \text{MIN} [N_{cr,y} ; N_{cr,z}]$$

$$N_{cr,T} = 1956,5 \text{ kN}$$

2.5.3 - Calcolo della forza critica elastica per instabilità flessio-torsionale ($N_{cr,TF}$)

per sezioni simmetriche rispetto all'asse y-y ($z_0 = 0$) si può assumere:

$$N_{cr,TF} = \frac{N_{cr,y}}{2\beta} \left[1 + \frac{N_{cr,T}}{N_{cr,y}} - \sqrt{\left(1 - \frac{N_{cr,T}}{N_{cr,y}}\right)^2 + 4\left(\frac{y_0}{i_0}\right)^2 \frac{N_{cr,T}}{N_{cr,y}}} \right]$$

$$\text{in cui } \beta = 1 - (y_0 / i_0)^2$$

Per sezioni doppiamente simmetriche ($y_0 = 0 ; z_0 = 0$) $N_{cr,TF} = N_{cr,T}$ purchè

$$N_{cr,T} < \text{MIN} [N_{cr,y} ; N_{cr,z}]$$

(item 6.2.3 (6) – EN 1993-1-3)

2.5.4 - Calcolo dei fattori $C_{mi,0}$

$$C_{mi,0} = 0,79 + 0,21\psi_i + 0,36(\psi_i - 0,33) \frac{N_{Ed}}{N_{cr,i}}$$

$$\psi_y = 0$$

$$C_{my,0} = 0,7896$$

$$\psi_z = 0$$

$$C_{mz,0} = 0,7802$$

2.5.5 - Calcolo dei fattori C_{mi}

$$\text{If } \bar{\lambda}_0 \leq 0,2\sqrt{C_1} \sqrt{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}\right)\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,TF}}\right)} :$$

$$C_{my} = C_{my,0}$$

$$C_{mz} = C_{mz,0}$$

$$C_{mLT} = 1,0$$

$$\text{If } \bar{\lambda}_0 > 0,2\sqrt{C_1} \sqrt{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}\right)\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,TF}}\right)} :$$

$$C_{my} = C_{my,0} + (1 - C_{my,0}) \frac{\sqrt{\varepsilon_y} a_{LT}}{1 + \sqrt{\varepsilon_y} a_{LT}}$$

$$C_{mz} = C_{mz,0}$$

$$C_{mLT} = C_{my}^2 \frac{a_{LT}}{\sqrt{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}\right)\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,T}}\right)}} \geq 1$$

Snellezza adimensionale per distribuzione uniforme del momento $\lambda_0 = 0,6232$

Snellezza adimensionale limite $\lambda_{0,lim} =$

$$0,2\sqrt{C_1} \sqrt{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}\right)\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,TF}}\right)}$$

$$\lambda_{0,lim} = 0,2809$$

Essendo $\lambda_0 > \lambda_{0,lim}$

$$C_{my} = 0,9641$$

$$C_{mz} = 0,7802$$

$$C_{mLT} = 1,011 > 1$$

2.5.6 - Calcolo del fattore C_{yy}

$$C_{yy} = 1 + (w_y - 1) \left[\left(2 - \frac{1,6}{w_y} C_{my}^2 \bar{\lambda}_{max} - \frac{1,6}{w_y} C_{my}^2 \bar{\lambda}_{max}^2 \right) n_{pl} - b_{LT} \right] \geq \frac{W_{el,y}}{W_{pl,y}}$$

$$b_{LT} = 0,5 a_{LT} \bar{\lambda}_0^{-2} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} M_{pl,y,Rd}} \frac{M_{z,Ed}}{M_{pl,z,Rd}}$$

$$M_{pl,y,Rd} = W_{pl,y} \cdot f_y / \gamma_{M0}$$

$$M_{pl,y,Rd} = 96580 \text{ kNcm}$$

$$M_{pl,z,Rd} = W_{pl,z} \cdot f_y / \gamma_{M0}$$

$$M_{pl,z,Rd} = 13365 \text{ kNm}$$

$$\text{Essendo } M_{z,Ed} = 0; b_{LT} = 0 \quad \lambda_{\max} = \text{MAX}[\lambda_y; \lambda_z] = 1,481 \quad C_{yy} = 0,9849$$

2.5.7 - Calcolo del fattore C_{yz}

$$C_{yz} = 1 + (w_z - 1) \left[\left(2 - 14 \frac{C_{mz}^2 \bar{\lambda}_{\max}^2}{w_z^5} \right) n_{pl} - c_{LT} \right] \geq 0,6 \sqrt{\frac{w_z}{w_y}} \frac{W_{el,z}}{W_{pl,z}}$$

$$c_{LT} = 10 a_{LT} \frac{\bar{\lambda}_0^2}{5 + \bar{\lambda}_z^4} \frac{M_{y,Ed}}{C_{my} \chi_{LT} M_{pl,y,Rd}}$$

$$c_{LT} = 0,3249$$

$$C_{yz} = 0,8289$$

2.5.8 - Calcolo del fattore C_{zy}

$$C_{zy} = 1 + (w_y - 1) \left[\left(2 - 14 \frac{C_{my}^2 \bar{\lambda}_{\max}^2}{w_y^5} \right) n_{pl} - d_{LT} \right] \geq 0,6 \sqrt{\frac{w_y}{w_z}} \frac{W_{el,y}}{W_{pl,y}}$$

$$d_{LT} = 2 a_{LT} \frac{\bar{\lambda}_0}{0,1 + \bar{\lambda}_z^4} \frac{M_{y,Ed}}{C_{my} \chi_{LT} M_{pl,y,Rd}} \frac{M_{z,Ed}}{C_{mz} M_{pl,z,Rd}}$$

$$\text{Essendo } M_{z,Ed} = 0; b_{LT} = 0 \quad \lambda_{\max} = \text{MAX}[\lambda_y; \lambda_z] = 1,481$$

$$C_{zy} = 0,9318$$

2.5.9 - Calcolo del fattore C_{zz}

$$C_{zz} = 1 + (w_z - 1) \left[\left(2 - \frac{1,6}{w_z} C_{mz}^2 \bar{\lambda}_{\max} - \frac{1,6}{w_z} C_{mz}^2 \bar{\lambda}_{\max}^2 \right) n_{pl} - e_{LT} \right] \geq \frac{W_{el,z}}{W_{pl,z}}$$

$$e_{LT} = 1,7 a_{LT} \frac{\bar{\lambda}_0}{0,1 + \bar{\lambda}_z^4} \frac{M_{y,Ed}}{C_{my} \chi_{LT} M_{pl,y,Rd}}$$

$$e_{LT} = 0,1746$$

$$C_{zz} = \mathbf{0,9054}$$

2.5.10 - Calcolo dei fattori di interazione per sezione di classe 1:

fattore k_{yy} :

$$C_{my} C_{mLT} \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \frac{1}{C_{yy}}$$

$$k_{yy} = \mathbf{0,993}$$

fattore k_{yz} :

$$C_{mz} \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}} \frac{1}{C_{yz}} 0,6 \sqrt{\frac{W_z}{W_y}}$$

$$k_{yz} = \mathbf{0,7048}$$

fattore k_{zy} :

$$C_{my} C_{mLT} \frac{\mu_z}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \frac{1}{C_{zy}} 0,6 \sqrt{\frac{W_y}{W_z}}$$

$$k_{zy} = \mathbf{0,5196}$$

fattore k_{zz} :

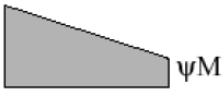
$$C_{mz} \frac{\mu_z}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}} \frac{1}{C_{zz}}$$

$$k_{zz} = \mathbf{0,8873}$$

2.6 - Calcolo dei coefficienti di interazione N-M col **metodo 2** della norma EN 1993-1-1

La condizione imposta ai vincoli di estremità consente di evitare l'instabilità per svergolamento (*sway buckling mode*) e la deformazione torsionale (*torsional deformation*). Nel primo caso i valori di C_{my} (C_{mz}) possono essere assunti $< 0,9$; nel secondo caso il fattore di interazione k_{zy} può essere calcolato per il caso di elemento "non suscettibile di deformazione torsionale"

2.6.1 - Calcolo dei fattori C_{my} , C_{mz} , C_{mLT} per distribuzione lineare dei momenti:

Moment diagram	range	C_{my} and C_{mz} and C_{mLT}	
		uniform loading	concentrated load
	$-1 \leq \psi \leq 1$	$0,6 + 0,4\psi \geq 0,4$	

Per $\psi_y = 0$

$$C_{my} = C_{mLT} = 0,6 < 0,9$$

Per $\psi_z = 0$

$$C_{mz} = 0,6 < 0,9$$

2.6.2 - Calcolo dei fattori di interazione per sezione di classe 1:

fattore k_{yy} :

$$C_{my} \left(1 + (\bar{\lambda}_y - 0,2) \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right) \leq C_{my} \left(1 + 0,8 \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$$

$$k_{yy,lim} = 0,6184$$

$$k_{yy} = 0,6019 < 0,6184$$

fattore k_{zz} :

$$C_{mz} \left(1 + (2\bar{\lambda}_z - 0,6) \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right) \leq C_{mz} \left(1 + 1,4 \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$$

$$k_{zz,lim} = 0,6905$$

$$k_{zz} = 0,6905$$

fattore k_{yz} :

$$k_{yz} = 0,6 \cdot k_{zz}$$

$$k_{yz} = 0,4143$$

fattore k_{zy} :

$$k_{zy} = 0,6 \cdot k_{yy}$$

$$k_{zy} = 0,3612$$

per elementi “*suscettibili di deformazione torsionale*” il valore di k_{zy} per sezioni di classe ≤ 2 è dato dalle seguenti espressioni (tab. B.2 EN 1993-1-1 allegato B)

$$\left[1 - \frac{0,1\bar{\lambda}_z}{(C_{mLT} - 0,25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right] \\ \geq \left[1 - \frac{0,1}{(C_{mLT} - 0,25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right]$$

for $\bar{\lambda}_z < 0,4$:

$$k_{zy} = 0,6 + \bar{\lambda}_z \leq 1 - \frac{0,1\bar{\lambda}_z}{(C_{mLT} - 0,25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}}$$

Essendo $\lambda_z = 1,481 > 0,4$

$$k_{zy} = 0,9692$$

2.7 – verifiche di stabilità della colonna

Di seguito sono riportate le verifiche di stabilità eseguite con i 3 metodi citati al punto 1 di questo articolo a parità di coefficiente di sicurezza $\gamma_{M1} = 1$

2.7.1 – verifica secondo ENV 1993-1-1

- verifica di stabilità per presso-flessione:

$$[N_{Ed} / (\chi_{min} \cdot A) + k_y \cdot (M_{y,Ed} + N_{Ed} \cdot e_{Ny}) / W_y + k_z \cdot (M_{z,Ed} + N_{Ed} \cdot e_{Nz}) / W_z] / f_d = \boxed{0,889} < 1$$

- verifica di stabilità per flesso-torsione:

$$[N_{Ed} / (\chi_z \cdot A) + k_{LT} \cdot (M_{y,Ed} + N_{Ed} \cdot e_{Ny}) / (\chi_{LT} \cdot W_y) + k_z \cdot (M_{z,Ed} + N_{Ed} \cdot e_{Nz}) / W_z] / f_d = \boxed{0,912} < 1$$

2.7.2 – verifica secondo EN 1993-1-1 – **metodo 1**

- verifica di stabilità per presso-flessione:

$$[N_{Ed}/(\chi_y \cdot A) + k_{yy} \cdot (M_{y,Ed} + N_{Ed} \cdot e_{Ny})/(\chi_{LT} \cdot W_y) + k_{yz} \cdot (M_{z,Ed} + N_{Ed} \cdot e_{Nz})/W_z] / f_d = \boxed{0,815} < 1$$

- verifica di stabilità per flesso-torsione:

$$[N_{Ed}/(\chi_z \cdot A) + k_{zy} \cdot (M_{y,Ed} + N_{Ed} \cdot e_{Ny})/(\chi_{LT} \cdot W_y) + k_{zz} \cdot (M_{z,Ed} + N_{Ed} \cdot e_{Nz})/W_z] / f_d = \boxed{0,514} < 1$$

2.7.3 – verifica secondo EN 1993-1-1 – **metodo 2**

- verifica di stabilità per presso-flessione:

$$[N_{Ed}/(\chi_y \cdot A) + k_{yy} \cdot (M_{y,Ed} + N_{Ed} \cdot e_{Ny})/(\chi_{LT} \cdot W_y) + k_{yz} \cdot (M_{z,Ed} + N_{Ed} \cdot e_{Nz})/W_z] / f_d = \boxed{0,509} < 1$$

- verifica di stabilità per flesso-torsione (**trascurando la deformabilità a torsione**):

$$[N_{Ed}/(\chi_z \cdot A) + k_{zy} \cdot (M_{y,Ed} + N_{Ed} \cdot e_{Ny})/(\chi_{LT} \cdot W_y) + k_{zz} \cdot (M_{z,Ed} + N_{Ed} \cdot e_{Nz})/W_z] / f_d = \boxed{0,390} < 1$$

Se si considera l'elemento “*suscettibile di deformazione torsionale*” il risultato della verifica (a parità di condizioni di vincolo delle estremità) sarebbe la seguente:

$$[N_{Ed}/(\chi_z \cdot A) + k_{zy} \cdot (M_{y,Ed} + N_{Ed} \cdot e_{Ny})/(\chi_{LT} \cdot W_y) + k_{zz} \cdot (M_{z,Ed} + N_{Ed} \cdot e_{Nz})/W_z] / f_d = \boxed{0,865} < 1$$

che corrisponde ad assumere un vincolo parzialmente resistente a torsione e svergolamento con fattori di lunghezza libera $k = 0,7$ e $k_w = 0,7$

Si tenga infine presente che in calce alla tabella B.1 della norma EN 1993-1-1 è riportata la seguente nota:

For I- and H-sections and rectangular hollow sections under axial compression and uniaxial bending $M_{y,Ed}$ the coefficient k_{zy} may be $k_{zy} = 0$.

Ovvero: per sezioni a I (IPE in questo esempio) soggette a carico assiale di compressione N e momento uniaassiale $M_{y,Ed}$, k_{zy} può essere assunto pari a 0.

Ciò significa che il rapporto tensoriale di verifica darebbe il seguente risultato:

$$[N_{Ed}/(\chi_z \cdot A) + k_{zy} \cdot (M_{y,Ed} + N_{Ed} \cdot e_{Ny})/(\chi_{LT} \cdot W_y) + k_{zz} \cdot (M_{z,Ed} + N_{Ed} \cdot e_{Nz})/W_z] / f_d = \boxed{0,108} < 1$$

2.7.4 – verifica secondo NTC 2008 e confronto con le norme europee

La norma nazionale propone una sola espressione del momento critico elastico valida per sezioni a I o H a doppia simmetria, caricate nel baricentro e con rotazione laterale e distorsione libere alle estremità (item C4.2.4.1.3.2)

$$M_{cr} = \psi \cdot \frac{\pi}{L_{cr}} \cdot \sqrt{EJ_y \cdot GJ_T} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{\pi}{L_{cr}}\right)^2 \cdot \frac{EJ_{\omega}}{GJ_T}}$$

$$M_{cr} = 133544 \text{ kNcm}$$

Il metodo di calcolo proposto dalla norma nazionale (denominato **metodo B**) coincide col **metodo 2** della norma europea EN 1993-1-1. I coefficienti di interazione k_{yy} , k_{yz} , k_{zy} e k_{zz} sono dati nella Tabella C4.2.IV, per le membrature a sezione chiusa e per quelle a sezione aperta vincolate a torsione, e nella Tabella C4.2.V per le membrature a sezione aperta non vincolate a torsione. Una ulteriore precisazione, ripresa dalla norma europea, stabilisce che: “*per elementi con modo instabile per traslazione dei piani, per i coefficienti C_{my} e C_{mz} si deve assumere $C_{my}=0,9$ o $C_{mz}=0,9$, rispettivamente*”. Questa opzione è interpretata dal programma “PrefledevEC3” come effetto del secondo ordine e può essere attivata su richiesta quando la snellezza equivalente massima tra λ_y e λ_z supera la snellezza equivalente limite data da:

$$\lambda_{lim} = 0,5 \cdot [A \cdot f_y / N_{Ed}]^{0,5}$$

Nelle condizioni di vincolo sopradette la verifica di stabilità in base alla norma nazionale NTC 2008 è riportata nel seguente foglio di calcolo estratto dal programma “PrefledevEC3” da cui si evince che, a parità di coefficiente di sicurezza $\gamma_{M1} = 1$, la verifica a **flesso-torsione** non è soddisfatta.

RESISTENZA ALL'INSTABILITA'									
Distanza effettiva tra i vincoli torsionali :	L =	599	cm	vincolo parziale					
Lunghezza libera nel piano principale :	L _y =	599	cm						
Momenti principali di estremità (+;-)	M _{1y} =	75500	M _{2y} =	0	kNcm				
Momenti laterali di estremità (+;-)	M _{1z} =	0	M _{2z} =	0	kNcm				
(1) Mom. per carichi trasv. nel piano principale	M _{Qy} =		ΔM _y =	75500	kNcm				
(1) Mom. per carichi trasv. nel piano laterale	M _{Qz} =		ΔM _z =	0	kNcm				
Diagramma del momento flettente (*) :	(l,p,t,q) _y =	I	(l,p,t,q) _z =	I					
Fattore di lunghezza effettiva k (0,5-0,7-1)	k =	1	rotazione z-z libera delle estremità						
Fattore di lunghezza effettiva kw (0,5-0,7-1)	k _w =	1	distorsione libera delle estremità						
Fattore di distribuzione momenti estremi :	ψ _y =	0,00	ψ _z =	0,00	-1 < ψ < 1				
Max. spostamento dell'elemento :	δ _{x_y} =		δ _{x_z} =		cm				
				M _{z,Ed max} =	0	kNcm			
<i>nota (1) : momento calcolato per trave semplicemente appoggiata</i>									
Coeff. di forma (*) :	C1 =	1,879	C2 =	0,00	C3 =	0,939			
(*) Fatt. di mom. unif. equival. nel piano princip.	β _{My} =	1,800	diagramma lineare						
(*) Fatt. di mom. unif. equival. nel piano laterale	β _{Mz} =	0,000	diagramma lineare						
β _w = W _{calc} /W _{pl,y}	β _w =	1,00	per sez. di classe 1						
I _w = costante di distorsione :	I _w =	2845527	cm ⁶	per sezione aperta					
z _g = punto di applicazione del carico	baricentro								
Momento critico elastico :		M_{cr} =	133544	kNcm	DM 14/01/08				
		M _{cr,0} =	76310,958						
Lunghezza libera nel piano laterale :	L _z =	599	cm	NTC					
Snellezze effettive per presso-flessione :	λ _y =	24,66	λ _z =	128,55					
Snellezze adimensionali corrispondenti :	λ̄ _y =	0,284	λ̄ _z =	1,481	< 2,577				
Snellezza per l'instabilità flesso-torsionale :	λ _{LT} =	74	λ ₀ =	97,66598					
Snellezza adimensionale corrispondente :	λ̄ _{LT} =	0,8505	λ̄ _{LT,0} =	0,4					
Rapporto altezza / larghezza sezione :	h/b =	2,727273	λ̄ ₀ =	1,125149					
Coeff. di imperfezione per presso-flessione :	α _y =	0,21	α _z =	0,34					
φ = 0,5 · [1 + α · (λ̄ - 0,2)] + λ̄ ²	φ _y =	0,5492	φ _z =	1,8144					
Coeff. di imperfezione per flesso-torsione :	α _{LT} =	0,49	per sezione laminata						
φ _{LT} = 0,5 · [1 + α _{LT} · (λ̄ _{LT} - λ̄ _{LT,0})] + β · λ̄ _{LT} ²	φ _{LT} =	0,8817	β =	0,75					
Coeff. di riduzione per presso-flessione :	χ _y =	0,9812	χ _z =	0,3493					
Coeff. di riduzione per flesso-torsione :	χ _{LT} =	0,7320	χ _{min} =	0,349					
μ _y =	0,031	k _y =	0,999	k _{yy} =	0,602	k _{yz} =	0,414		
μ _z =	-5,346	k _z =	1,500	k _{zy} =	0,969	k _{zz} =	0,691		
μ _{LT} =	0,250	k _{LT} =	0,973	VERIFICA SECONDO EN 1993-1-1 - METODO 2					
<i>fattore di correzione per distribuzione del momento tra i vincoli</i>									
f = 1 - 0,5 · (1 - k _c) · [1 - 2,0 · (λ̄ _{LT} - 0,8) ²]	f =	0,8766							
k _c = 0,7519	χ _{LT,mod} = χ _{LT} / f =	0,8350	γ _{M1} =	1	f _d = f _y / γ _{M1} =	27,50	kN/cm ²		
VERIFICA DI STABILITA' PER PRESSO-FLESSIONE									
ENV 1993	[N _{Ed} / (χ _{min} · A) + k _y · (M _{y,Ed} + N _{Ed} · e _{Ny}) / W _y + k _z · (M _{z,Ed} + N _{Ed} · e _{Nz}) / W _z] / f _d =								
EN 1993-1-1	[N _{Ed} / (χ _y · A) + k _{yy} · (M _{y,Ed} + N _{Ed} · e _{Ny}) / (χ _{LT} · W _y) + k _{yz} · (M _{z,Ed} + N _{Ed} · e _{Nz}) / W _z] / f _d =								
	0,602 < 1								
VERIFICA DI STABILITA' PER FLESSO-TORSIONE									
ENV 1993	[N _{Ed} / (χ _z · A) + k _{LT} · (M _{y,Ed} + N _{Ed} · e _{Ny}) / (χ _{LT} · W _y) + k _z · (M _{z,Ed} + N _{Ed} · e _{Nz}) / W _z] / f _d =								
EN 1993-1-1	[N _{Ed} / (χ _z · A) + k _{zy} · (M _{y,Ed} + N _{Ed} · e _{Ny}) / (χ _{LT} · W _y) + k _{zz} · (M _{z,Ed} + N _{Ed} · e _{Nz}) / W _z] / f _d =								
	1,015 < 1								

Se le stesse condizioni di vincolo sono utilizzate per i criteri delle norme europee si ottengono i seguenti risultati:

- Secondo ENV 1993-1-1:

VERIFICA DI STABILITA' PER PRESSO-FLESSIONE	
ENV 1993	$[N_{Ed}/(\chi_{min} \cdot A) + k_y \cdot (M_{y,Ed} + N_{Ed} \cdot e_{Ny}) / W_y + k_z \cdot (M_{z,Ed} + N_{Ed} \cdot e_{Nz}) / W_z] / f_d = 0,889 < 1$
EN 1993-1-1	$[N_{Ed}/(\chi_y \cdot A) + k_{yy} \cdot (M_{y,Ed} + N_{Ed} \cdot e_{Ny}) / (\chi_{LT} \cdot W_y) + k_{yz} \cdot (M_{z,Ed} + N_{Ed} \cdot e_{Nz}) / W_z] / f_d =$
VERIFICA DI STABILITA' PER FLESSO-TORSIONE	
ENV 1993	$[N_{Ed}/(\chi_z \cdot A) + k_{LT} \cdot (M_{y,Ed} + N_{Ed} \cdot e_{Ny}) / (\chi_{LT} \cdot W_y) + k_z \cdot (M_{z,Ed} + N_{Ed} \cdot e_{Nz}) / W_z] / f_d = 1,079 < 1$
EN 1993-1-1	$[N_{Ed}/(\chi_z \cdot A) + k_{zy} \cdot (M_{y,Ed} + N_{Ed} \cdot e_{Ny}) / (\chi_{LT} \cdot W_y) + k_{zz} \cdot (M_{z,Ed} + N_{Ed} \cdot e_{Nz}) / W_z] / f_d =$

- Secondo EN 1993-1-1 – metodo 2:

VERIFICA DI STABILITA' PER PRESSO-FLESSIONE	
ENV 1993	$[N_{Ed}/(\chi_{min} \cdot A) + k_y \cdot (M_{y,Ed} + N_{Ed} \cdot e_{Ny}) / W_y + k_z \cdot (M_{z,Ed} + N_{Ed} \cdot e_{Nz}) / W_z] / f_d =$
EN 1993-1-1	$[N_{Ed}/(\chi_y \cdot A) + k_{yy} \cdot (M_{y,Ed} + N_{Ed} \cdot e_{Ny}) / (\chi_{LT} \cdot W_y) + k_{yz} \cdot (M_{z,Ed} + N_{Ed} \cdot e_{Nz}) / W_z] / f_d = 0,588 < 1$
VERIFICA DI STABILITA' PER FLESSO-TORSIONE	
ENV 1993	$[N_{Ed}/(\chi_z \cdot A) + k_{LT} \cdot (M_{y,Ed} + N_{Ed} \cdot e_{Ny}) / (\chi_{LT} \cdot W_y) + k_z \cdot (M_{z,Ed} + N_{Ed} \cdot e_{Nz}) / W_z] / f_d =$
EN 1993-1-1	$[N_{Ed}/(\chi_z \cdot A) + k_{zy} \cdot (M_{y,Ed} + N_{Ed} \cdot e_{Ny}) / (\chi_{LT} \cdot W_y) + k_{zz} \cdot (M_{z,Ed} + N_{Ed} \cdot e_{Nz}) / W_z] / f_d = 0,992 < 1$

Confrontando quest'ultimo caso con quello della norma NTC 2008 si nota la convergenza dei risultati delle verifiche e le differenze sono dovute ad una diversa valutazione del momento critico elastico che, secondo la norma EN 1993-1-1, per le stesse condizioni di vincolo utilizzate nella NTC 2008, è dato dalla seguente espressione ricavata dall'appendice F della norma sperimentale ENV 1993-1-1:

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 E I_z}{(kL)^2} \left[\left(\frac{k}{k_w} \right)^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{(kL)^2 G I_t}{\pi^2 E I_z} \right]^{0,5}$$

$M_{cr} = 143388 \text{ kNcm}$

Se infine si vuole applicare il DAN (documento di applicazione nazionale) per l'uso della norma EN 1993-1-1 la verifica di stabilità produrrebbe i seguenti risultati a parità di condizioni di vincolo e coefficiente di sicurezza.

- Secondo DAN-EC3 – metodo 2:

VERIFICA DI STABILITA' PER PRESSO-FLESSIONE	
ENV 1993	$[N_{Ed}/(\chi_{min} \cdot A) + k_y \cdot (M_{y,Ed} + N_{Ed} \cdot e_{Ny}) / W_y + k_z \cdot (M_{z,Ed} + N_{Ed} \cdot e_{Nz}) / W_z] / f_d =$
EN 1993-1-1	$[N_{Ed}/(\chi_y \cdot A) + k_{yy} \cdot (M_{y,Ed} + N_{Ed} \cdot e_{Ny}) / (\chi_{LT} \cdot W_y) + k_{yz} \cdot (M_{z,Ed} + N_{Ed} \cdot e_{Nz}) / W_z] / f_d = 0,673 < 1$
VERIFICA DI STABILITA' PER FLESSO-TORSIONE	
ENV 1993	$[N_{Ed}/(\chi_z \cdot A) + k_{LT} \cdot (M_{y,Ed} + N_{Ed} \cdot e_{Ny}) / (\chi_{LT} \cdot W_y) + k_z \cdot (M_{z,Ed} + N_{Ed} \cdot e_{Nz}) / W_z] / f_d =$
EN 1993-1-1	$[N_{Ed}/(\chi_z \cdot A) + k_{zy} \cdot (M_{y,Ed} + N_{Ed} \cdot e_{Ny}) / (\chi_{LT} \cdot W_y) + k_{zz} \cdot (M_{z,Ed} + N_{Ed} \cdot e_{Nz}) / W_z] / f_d = 1,130 < 1$

1.4 Considerazioni finali

In queste condizioni di grande variabilità di risultati, ragionando in termini di maggior sicurezza, appare opportuno usare il criterio della norma sperimentale ENV 1993-1-1 piuttosto che addentrarsi in sofisticati calcoli di coefficienti mutuamente interconnessi al solo fine di ricercare la migliore interazione N-M di cui non si riesce a percepire il significato fisico.

Il voler considerare tutte le possibili variabili che portano alla instabilità di un elemento presso-flesso può portare a situazioni paradossali come quella conseguente alla nota in calce alla tabella B.1 della norma EN 1993-1-1. Inoltre individuare se e come un vincolo di estremità sia parzialmente efficace agli effetti della torsione e dello svergolamento appare molto difficile nella realtà delle costruzioni e una scelta impropria può portare a situazioni di pericolo per la stabilità globale dell'opera.

In conclusione di questo articolo si riportano in una tabella comparativa i risultati ottenuti dai vari criteri di verifica per varie condizioni di vincolo della colonna in oggetto considerando i coefficienti di sicurezza consigliati dalle singole norme con riferimento ad un progetto reale ovvero:

NORMA	Coeff. di sicurezza γ_{M1}	ESTREMITA' INCASTRATE		ESTREMITA' PARZIALMENTE VINCOLATE		ESTREMITA' LIBERE	
		Presso-flessione	Flesso-torsione	Presso-flessione	Flesso-torsione	Presso-flessione	Flesso-torsione
ENV 1993-1-1	1,1	0,977	1,003	0,977	1,051	0,977	1,186
EN 1993-1-1 metodo 1	1	0,815	0,514	0,815	0,514	0,944	0,582
EN 1993-1-1 metodo 2	1	0,509	0,390	0,509	0,865	0,588	0,992
NTC 2008 metodo B	1,05	-----	-----	-----	-----	0,632	1,064
DAN – EC3 metodo 1	1,05	0,881	0,554	0,949	0,590	1,141	0,691
DAN – EC3 metodo 2	1,05	0,549	0,419	0,591	0,998	0,707	1,185

Come si può notare l'incongruenza maggiore si ha tra il metodo 1 e il metodo 2 della norma EN 1993-1-1 dove i risultati delle verifiche non sono neppure confrontabili prevalendo in un caso l'instabilità flessionale e nell'altro l'instabilità torsionale.

Le NTC evidenziano il prevalere dell'instabilità torsionale nel caso di estremità libere da vincoli di flessione laterale e di distorsione in sintonia con il metodo 2 della norma EN 1993-1-1

Il risultato più corretto sembra essere fornito dalla norma sperimentale ENV 1993-1-1 in cui si evidenzia il prevalere dell'instabilità torsionale crescente con la riduzione dell'efficacia dei vincoli di estremità.