



# **CALCOLO SEZIONI SOTTILI DI CLASSE 4 A PRESSO-FLESSIONE BI-ASSIALE**

**Domenico Leone**

**fare sismica**  **APPUNTI**

## Come calcolare sezioni sottili in acciaio di classe 4 a presso-flessione bi-assiale

Il tema di seguito presentato ricorre spesso nella progettazione strutturale e non è sufficientemente trattato dalle norme europee e tantomeno nazionali specie quando le sezioni sono costituite da lamiere piegate a freddo di spessore sottile e non dotate di simmetria nei due piani principali. Come è ormai noto la classificazione della sezione con presunzione di comportamento elastico viene effettuata per entrambi i piani di flessione con riferimento alla tensione di snervamento del materiale applicata al lembo compresso più lontano dall'asse baricentrico mentre la posizione dell'asse neutro elastico viene determinata considerando le effettive sollecitazioni nella sezione in una situazione di equilibrio forze esterne-tensioni interne.

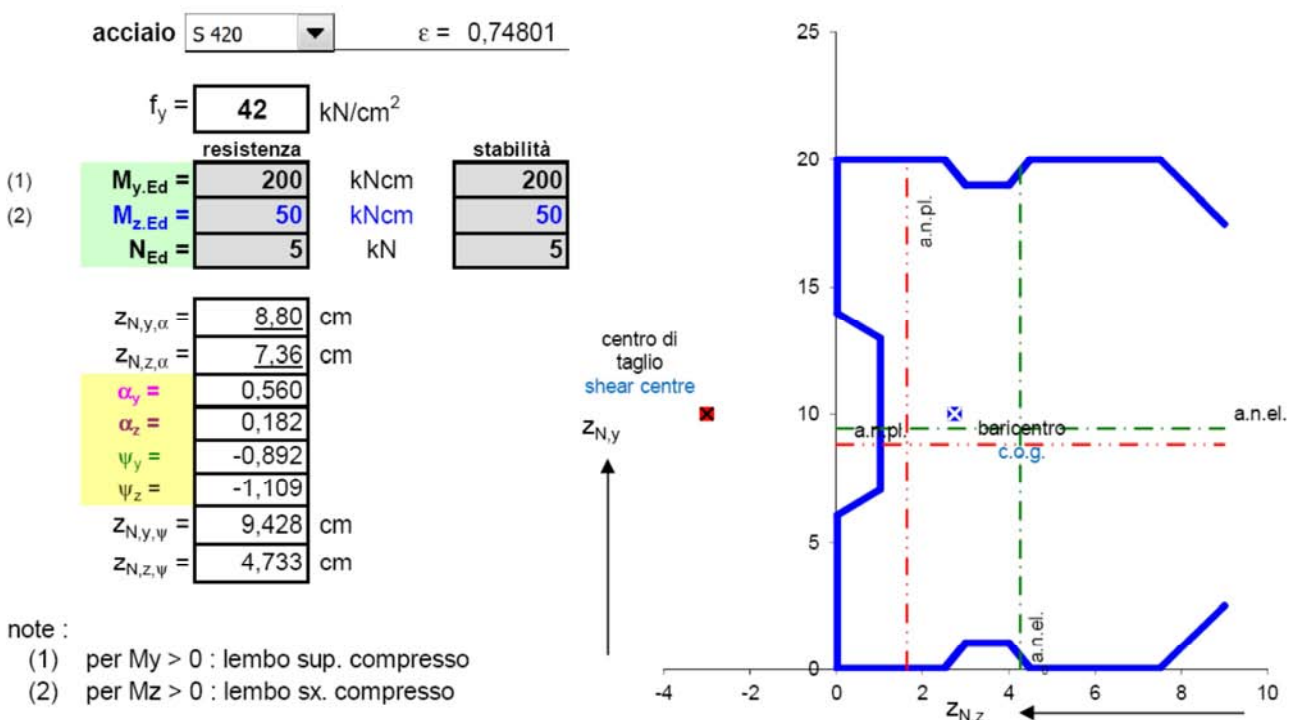
Su come classificare sezioni in presso-flessione deviata le norme (EN e NTC) non dicono nulla anche se sono state presentate diverse teorie complesse basate su metodi iterativi che richiedono l'uso di programmi automatici dedicati (vedi Rugarli "la classificazione delle sezioni"). In questo articolo presenterò un criterio semplificato ma efficace basato sulla scomposizione degli effetti nei due piani principali al fine di ricercare, per ciascun elemento che compone la sezione generica, il maggior valore del coefficiente di distribuzione  $\psi$  delle tensioni in base al quale definire il rapporto limite  $d/t$  che, confrontato col valore effettivo  $d/t$ , consente di classificare la sezione. Detto così, il criterio potrebbe apparire decisamente semplificato e a favore di sicurezza ma come vedremo in applicazioni pratiche, tre sono le giustificazioni del suo uso :

- 1) La classificazione delle sezioni sottili in acciaio segue un metodo che è solo in parte dipendente dallo stato effettivo di sollecitazione attribuendo alla fibra esterna più compressa la **tensione di snervamento**. Elementi della sezione (anime, flange, irrigidimenti...) definiti di classe 4 non sono necessariamente ridotti poiché lo stato tensionale effettivo è sicuramente diverso da quello "costruito" per la classificazione. Così non è per le sezioni in alluminio dove classificazione e parzializzazione della sezione sono eseguiti con uno stesso metodo basato sullo stato tensionale effettivo.
- 2) I valori limite del rapporto larghezza/spessore ( $d/t$ ) individuano "zone" entro le quali la classe viene univocamente definita. Ad esempio, per le parti della sezione uniformemente compresse la classe 3 si ottiene se il rapporto effettivo  $d/t$  è compreso tra 38.8 e 42.8 mentre per parti solo flesse la classe 3 è definita per rapporti  $d/t$  compresi tra 83.8 e 124.8. Analogo discorso vale per le parti presso-flesse della sezione per le quali la classe 3 è ottenuta se il rapporto  $d/t$  è compreso tra il valore limite della classe 2 ottenuto considerando un comportamento plastico ( $d/t$  funzione di  $\alpha$ ) e il valore limite della classe 3 ottenuto considerando un comportamento elastico ( $d/t$  funzione di  $\psi$ ). La classe 4 è attribuita a quelle parti della sezione il cui rapporto  $d/t$  è maggiore del rapporto limite della classe 3. E' evidente che il passaggio da una classe all'altra non è lineare col rapporto limite  $d/t$  e quindi la discrezionalità del metodo non giustifica l'utilizzo di sofisticate analisi per definire il valore più "esatto" di tale rapporto.
- 3) Una stessa sezione può essere diversamente sollecitata in base alla combinazione dei carichi considerata per quell'elemento strutturale e pertanto si può avere prevalenza di momento flettente in una direzione piuttosto che in un'altra con conseguente diversa situazione tensionale in una stessa parte della sezione. Poiché la classe della sezione è assunta pari alla massima classe delle parti che la compongono e la presunzione di comportamento elastico considera la fibra compressa più esterna snervata ( $f_y$ ), appare corretto applicare tale criterio in entrambi i piani principali di flessione.

Per sezioni generiche di classe 4 viene quindi esposto un criterio di **calcolo della sezione efficace** basato sul metodo iterativo che, considerando la sovrapposizione degli effetti, definisce per ogni elemento della sezione lo stato tensionale iniziale e quindi un valore  $\varepsilon = [235 / \sigma_{com,Ed}]^{0,5}$  che varia al variare della sezione efficace definita in passi sequenziali fino alla convergenza del valore massimo della tensione di compressione ( $\sigma_{com,Ed}$ ). La norma suggerisce un numero minimo di 2 iterazioni ma, come vedremo nel seguito, già con 3 iterazioni si è molto vicini alla convergenza.

Per comprendere meglio il metodo proposto farò riferimento ad un programma da me realizzato denominato CARGEO-plus disponibile presso STADATA presentando alcuni esempi pratici.

Il primo esempio si riferisce ad una sezione aperta di forma ad "C" irrigidita in acciaio S420 di spessore pari a 0,5 mm di seguito rappresentata soggetta alle sollecitazioni indicate :



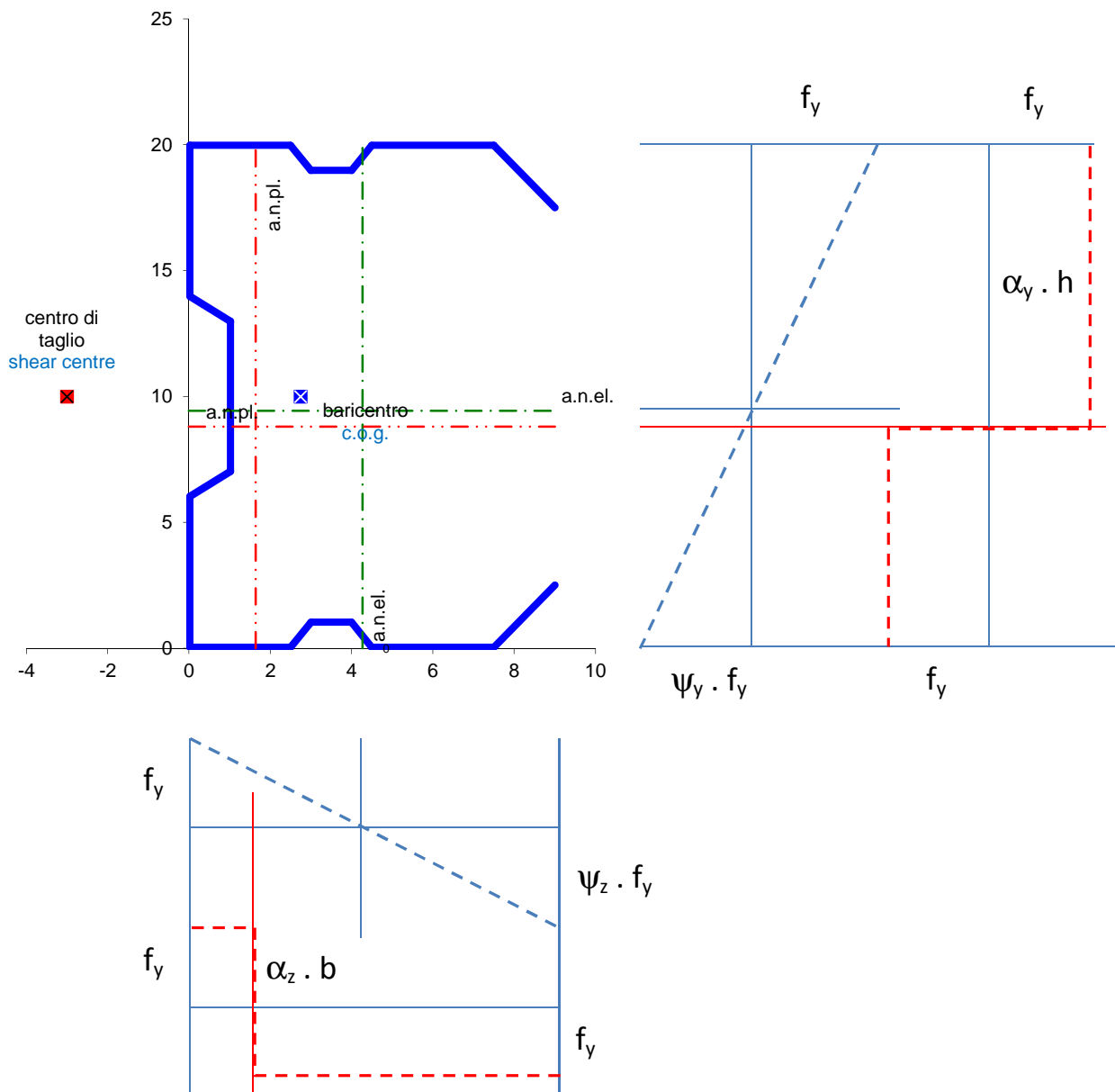
Il momento  $M_y$  positivo genera compressione al lembo superiore della sezione mentre il momento  $M_z$  positivo implica compressione al lembo di sinistra. La forza assiale positiva è di compressione uniforme.

Nell'immagine sono evidenziati gli assi neutri plastici ed elastici nei due piani principali di flessione e sono indicate con  $Z_{N,y}$  e  $Z_{N,z}$  le rispettive posizioni.

Con la presunzione di comportamento elastico, imponendo lo snervamento al lembo superiore esterno (flessione nel piano verticale) viene calcolato il rapporto delle tensioni  $\psi_y = -0,892$  e, imponendo lo snervamento al lembo esterno di sinistra (flessione laterale) viene calcolato il rapporto  $\psi_z = -1,109$

Con la presunzione di comportamento plastico vengono calcolati i rapporti tra la lunghezza della parte compressa della sezione e la dimensione totale sia in direzione y che in direzione z ovvero i fattori  $\alpha_y = 0,560$  e  $\alpha_z = 0,182$  .

I diagrammi delle tensioni elastiche e plastiche nella sezione sono di seguito rappresentati :



Per ciascuno dei 17 elementi che compongono la sezione viene calcolato il rapporto tensionale  $\psi_{c,y}$  e  $\psi_{c,z}$  proporzionalmente ai rispettivi diagrammi delle tensioni elastiche sopra riportati tenendo conto della distinzione tra parti interne e parti sporgenti. Vengono inoltre calcolati i fattori  $\alpha_{c,y}$  e  $\alpha_{c,z}$  per definire i limiti del rapporto larghezza/spessore di ciascun elemento con presunzione di comportamento plastico (classe 1 e 2)

I rapporti limite larghezza/spessore ( $l/s$  nel programma CARGEO-plus e  $c/t$  secondo la norma) di ciascun elemento della sezione sono calcolati con riferimento ai valori di  $\alpha$  e  $\psi$  e in base alle espressioni date dalla norma EN 1993-1-1 e dalla norma EN 1993-1-5 di seguito riportate :

- Per le parti interne :

Part subject to bending and compression	
CLASSE 1	when $\alpha > 0,5$ : $c/t \leq \frac{396\varepsilon}{13\alpha - 1}$ when $\alpha \leq 0,5$ : $c/t \leq \frac{36\varepsilon}{\alpha}$
	when $\alpha > 0,5$ : $c/t \leq \frac{456\varepsilon}{13\alpha - 1}$ when $\alpha \leq 0,5$ : $c/t \leq \frac{41,5\varepsilon}{\alpha}$
CLASSE 3	when $\psi > -1$ : $c/t \leq \frac{42\varepsilon}{0,67 + 0,33\psi}$ when $\psi \leq -1^*$ : $c/t \leq 62\varepsilon(1 - \psi)\sqrt{-\psi}$

- Per le parti sporgenti :

Class	Part subject to compression	Part subject to bending and compression	
		Tip in compression	Tip in tension
Stress distribution in parts (compression positive)			
1	$c/t \leq 9\varepsilon$	$c/t \leq \frac{9\varepsilon}{\alpha}$	$c/t \leq \frac{9\varepsilon}{\alpha\sqrt{\alpha}}$
2	$c/t \leq 10\varepsilon$	$c/t \leq \frac{10\varepsilon}{\alpha}$	$c/t \leq \frac{10\varepsilon}{\alpha\sqrt{\alpha}}$
Stress distribution in parts (compression positive)			
3	$c/t \leq 14\varepsilon$	$c/t \leq 21\varepsilon\sqrt{k_\sigma}$ For $k_\sigma$ see EN 1993-1-5	

La seguente tabella che è parte del programma di calcolo CARGEO-plus riassume il processo di classificazione della sezione secondo il criterio illustrato.

RAPPORTI LARGHEZZA/SPESSORE						CLASSIFICAZIONE DEGLI ELEMENTI								
ELEM.	SPESSORE	LUNGH.	parti interne		l / s	l / s	comp. elastico		comp. plastico		classe	classe	classe	classe
i	s = cm	c = cm	o sporgenti		parti int.	parti spor.	$\Psi_{c,y}$	$\Psi_{c,z}$	$\alpha_{c,y}$	$\alpha_{c,z}$	1	2	3	classe elem.
1	0,05	2,894067	sporgente	▼	0	57,88134	0	0	0	0	6,7321	7,4801	20,481	1
2	0,05	3	interna	▼	60	0	0	0	0	0	26,928	31,043	46,89	1
3	0,05	1,118034	interna	▼	22,36068	0	0	-0,876	0	0	26,928	31,043	46,89	1
4	0,05	1	interna	▼	20	0	0	0,2105	0	0	26,928	31,043	42,486	1
5	0,05	1,118034	interna	▼	22,36068	0	0	0,717	0	0	26,928	31,043	34,653	1
6	0,05	2,475	interna	▼	49,5	0	0	0,4165	0	0,6518	39,638	45,644	38,909	4
7	0,05	6	interna	▼	120	0	0	1	0	1	24,684	28,425	31,417	4
8	0,05	1,414214	interna	▼	28,28427	0	0	0,7642	0	1	24,684	28,425	34,067	2
9	0,05	5,95	interna	▼	119	0	-0,677	1	0,7018	1	24,684	28,425	31,417	4
10	0,05	1,414214	interna	▼	28,28427	0	0,7801	0,7642	1	1	24,684	28,425	33,875	2
11	0,05	6	interna	▼	120	0	0,4311	1	1	1	24,684	28,425	31,417	4
12	0,05	2,475	interna	▼	49,5	0	1	0,4165	1	0,6518	24,684	28,425	31,417	4
13	0,05	1,118034	interna	▼	22,36068	0	0,9052	0,717	1	0	24,684	28,425	32,431	1
14	0,05	1	interna	▼	20	0	1	0,2105	1	0	24,684	28,425	31,417	1
15	0,05	1,118034	interna	▼	22,36068	0	0,9052	-0,876	1	0	24,684	28,425	32,431	1
16	0,05	3	interna	▼	60	0	1	0	1	0	24,684	28,425	31,417	4
17	0,05	2,894067	sporgente	▼	0	57,88134	0,7653	0	1	0	6,7321	7,4801	11,359	4
18	0	0	interna	▼	0	0	0	0	0	0	26,928	31,043	46,89	1
19	0	0	interna	▼	0	0	0	0	0	0	26,928	31,043	46,89	1
20	0	0	interna	▼	0	0	0	0	0	0	26,928	31,043	46,89	1
<b>classe della sezione</b>													<b>4</b>	

Le parti della sezione che risultano tese vengono attribuite alla classe 1 (comportamento plastico) mentre per le parti totalmente o parzialmente compresse si controlla se il valore del rapporto larghezza/ spessore (l/s nel programma) risulta inferiore o maggiore al rapporto limite della classe 3. Come si nota dalla tabella precedente, alcuni elementi della sezione in esame risultano di classe 4 e quindi con area potenzialmente riducibile ma vedremo che nel calcolo della sezione efficace solo 4 elementi dei 7 attribuiti alla classe 4 saranno ridotti.

Il calcolo della sezione efficace è eseguito in 3 step partendo da una configurazione iniziale di presso-flessione deviata che individua in ciascun elemento della sezione lo stato tensionale conseguente alle sollecitazioni effettive applicate.

La seguente tabella riassume il quadro tensionale ( $\sigma_s$ ;  $\sigma_d$ ) ed esegue il calcolo dei coefficienti di riduzione p per ciascun elemento della sezione in base alle indicazioni della norma EN 1993-1-5 di seguito riportate.



#### 4.4 Plate elements without longitudinal stiffeners

(1) The effective<sup>p</sup> areas of flat compression elements should be obtained using Table 4.1 for internal elements and Table 4.2 for outstand elements. The effective<sup>p</sup> area of the compression zone of a plate with the gross cross-sectional area  $A_c$  should be obtained from:

$$A_{c,eff} = \rho A_c \quad (4.1)$$

where  $\rho$  is the reduction factor for plate buckling.

(2) The reduction factor  $\rho$  may be taken as follows:

- internal compression elements:

$$\rho = 1,0 \quad \text{for } \bar{\lambda}_p \leq 0,673$$

$$\rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0,055(3 + \psi)}{\bar{\lambda}_p^2} \leq 1,0 \quad \text{for } \bar{\lambda}_p > 0,673, \text{ where } (3 + \psi) \geq 0 \quad (4.2)$$

- outstand compression elements:

$$\rho = 1,0 \quad \text{for } \bar{\lambda}_p \leq 0,748$$

$$\rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0,188}{\bar{\lambda}_p^2} \leq 1,0 \quad \text{for } \bar{\lambda}_p > 0,748 \quad (4.3)$$

$$\text{where } \bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr}}} = \frac{b/t}{28,4 \varepsilon \sqrt{k_\sigma}}$$

DATI GEOMETRICI					CALCOLO DELLE LUNGHEZZE EFFICACI - STEP 1								
ELEM.	SPESS.	LUNGH.	l / s		tensioni iniziali		parametri di stabilit�				l eff.	l tesa	
i	s = cm	c = cm	parti int.	parti spor.	$\sigma_s$	$\sigma_d$	$\psi_i$	$k_{\sigma,int}$	$k_{\sigma,spor}$	$\lambda_p$	$\rho$	$c_{eff} = \text{cm}$	$c_{rid} = \text{cm}$
1	0,05	2,89407	0	57,8813	-24,82	-24,499	0,9871	0	0	0	1	2,8941	0
2	0,05	3	60	0	-24,499	-16,707	0,6819	4,73459	0	0	1	3	0
3	0,05	1,11803	22,3607	0	-16,707	-13,964	0,8358	4,34829	0	0	1	1,118	0
4	0,05	1	20	0	-13,964	-11,366	0,814	4,39918	0	0	1	1	0
5	0,05	1,11803	22,3607	0	-11,366	-11,512	0,9873	4,02487	0	0	1	1,118	0
6	0,05	2,475	49,5	0	-11,512	-5,0832	0,4416	5,4976	0	0	1	2,475	0
7	0,05	6	120	0	-5,0832	3,5839	-0,7051	17,1065	0	0,39896	1	3,5189	2,4811
8	0,05	1,41421	28,2843	0	3,5839	2,431	0,6783	4,74453	0	0,17856	1	1,4142	0
9	0,05	5,95	119	0	2,431	11,026	0,2205	6,45425	0	1,12974	0,74638	4,441	0
10	0,05	1,41421	28,2843	0	11,026	15,068	0,7317	4,60222	0	0,37174	1	1,4142	0
11	0,05	6	120	0	15,068	23,735	0,6348	4,86694	0	1,92484	0,46556	2,7934	0
12	0,05	2,475	49,5	0	23,735	17,306	0,7291	4,60895	0	0,81592	0,91752	2,2709	0
13	0,05	1,11803	22,3607	0	17,306	14,563	0,8415	4,33521	0	0,32451	1	1,118	0
14	0,05	1	20	0	14,563	11,966	0,8216	4,38118	0	0,26485	1	1	0
15	0,05	1,11803	22,3607	0	11,966	12,111	0,988	4,02363	0	0,28179	1	1,118	0
16	0,05	3	60	0	12,111	4,319	0,3566	5,82962	0	0,62817	1	3	0
17	0,05	2,89407	0	57,8813	4,319	-3,1523	-0,7299	0	14,4586	0,22978	1	1,673	1,2211
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
<b><math>\Sigma =</math></b>	<b>43,9887</b>											<b><math>\Sigma =</math></b>	<b>39,06891193</b>

Si noti come al primo step solo **3** elementi della sezione vengono ridotti in base ad un fattore  $\rho < 1$  e conseguentemente la somma totale delle lunghezze delle parti si riduce da **43,99** cm a **39,07** cm. Di questa prima sezione ridotta (efficace) vengono calcolate le caratteristiche geometriche e lo spostamento nei due piani del baricentro con conseguente generazione di momenti aggiuntivi dati rispettivamente da :

$$\Delta M_y = N_{Ed} \cdot e_y$$

$$\Delta M_z = N_{Ed} \cdot e_z$$

$e_y$	$e_z$	$\Delta M_y$	$\Delta M_z$
-0,297	-0,648	-3,241	-1,486

Il nuovo stato di sollecitazione varia il quadro tensionale sulla sezione efficace e quindi varia il valore del parametro  $\varepsilon = [235/\sigma_{com,Ed}]^{0,5}$  per ciascun elemento. Il programma CARGEO-plus considera il valore minimo di  $\varepsilon$  per gli elementi compressi calcolato in corrispondenza del valore massimo della tensione e ponendo  $\varepsilon = 0$  per le parti tese.

i	$\varepsilon_s$	$\varepsilon_d$	$\varepsilon_m$	moduli di resistenza sequenziali			
				$W_{ys}$	$W_{yd}$	$W_{zs}$	$W_{zd}$
1	0	0	0	18,4606	13,88015	3,0751218	4,0442126
2	0	0	0	13,88015	13,88015	4,0442126	10,938523
3	0	0	0	13,88015	15,426685	10,938523	15,279881
4	0	0	0	15,426685	15,426685	15,279881	74,09289
5	0	0	0	15,426685	13,88015	74,09289	80,141616
6	0	0	0	13,88015	13,88015	80,141616	7,0896039
7	0	2,561	<b>2,561</b>	13,88015	34,831321	7,0896039	7,0896039
8	2,561	3,109	<b>2,561</b>	34,831321	46,539328	7,0896039	11,223012
9	3,109	1,46	<b>1,46</b>	46,539328	46,539328	11,223012	11,223012
10	1,46	1,249	<b>1,249</b>	46,539328	34,831321	11,223012	7,0896039
11	1,249	0,995	<b>0,995</b>	34,831321	13,88015	7,0896039	7,0896039
12	0,995	1,165	<b>0,995</b>	13,88015	13,88015	7,0896039	80,141616
13	1,165	1,27	<b>1,165</b>	13,88015	15,426685	80,141616	74,09289
14	1,27	1,401	<b>1,27</b>	15,426685	15,426685	74,09289	15,279881
15	1,401	1,393	<b>1,393</b>	15,426685	13,88015	15,279881	10,938523
16	1,393	2,333	<b>1,393</b>	13,88015	13,88015	10,938523	4,0442126
17	2,333	0	<b>2,333</b>	13,88015	18,4606	4,0442126	3,0751218
18	0	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0

Il secondo step analizza la sezione efficace definita dal primo step e calcola i nuovi parametri di riduzione della sezione secondo la tabella di seguito riportata :



DATI GEOMETRICI					CALCOLO DELLE LUNGHEZZE EFFICACI - STEP 2								
ELEM.	SPESS.	LUNGH.	l / s	l / s	tensioni step 2		parametri di stabilità					l eff.	l tesa
i	s = cm	c = cm	int. parts	out. parts	$\sigma_s$	$\sigma_d$	$\Psi_i$	$k_{\sigma,int}$	$k_{\sigma,spor}$	$\lambda_p$	$\rho$	$C_{eff} = cm$	$C_{rid} = cm$
1	0,05	2,89407	0	57,8813	-24,617	-24,287	0,9866	0	0	0	1	2,8941	0
2	0,05	3	60	0	-24,287	-16,04	0,6604	4,79406	0	0	1	3	0
3	0,05	1,11803	22,3607	0	-16,04	-13,133	0,8188	4,3879	0	0	1	1,118	0
4	0,05	1	20	0	-13,133	-10,385	0,7907	4,45484	0	0	1	1	0
5	0,05	1,11803	22,3607	0	-10,385	-10,543	0,985	4,02946	0	0	1	1,118	0
6	0,05	2,475	49,5	0	-10,543	-3,7391	0,3547	5,83769	0	0	1	2,475	0
7	0,05	6	120	0	-3,7391	5,4558	<b>-0,6853</b>	16,7145	0	0,49798	1	<b>3,5601</b>	2,4399
8	0,05	1,41421	28,2843	0	5,4558	4,2394	0,777	4,48813	0	0,22651	1	1,4142	0
9	0,05	5,95	119	0	4,2394	13,358	0,3174	5,9969	0	1,29002	<b>0,66554</b>	<b>3,96</b>	0
10	0,05	1,41421	28,2843	0	13,358	17,639	0,7573	4,53721	0	0,40507	1	1,4142	0
11	0,05	6	120	0	17,639	26,834	0,6573	4,80279	0	2,06027	<b>0,43798</b>	<b>2,6279</b>	0
12	0,05	2,475	49,5	0	26,834	20,03	0,7465	4,56454	0	0,87176	<b>0,87597</b>	<b>2,168</b>	0
13	0,05	1,11803	22,3607	0	20,03	17,123	0,8549	4,30475	0	0,35035	1	1,118	0
14	0,05	1	20	0	17,123	14,375	0,8395	4,33985	0	0,28856	1	1	0
15	0,05	1,11803	22,3607	0	14,375	14,533	0,9891	4,02133	0	0,30876	1	1,118	0
16	0,05	3	60	0	14,533	6,2859	0,4325	5,53106	0	0,70642	1	3	0
17	0,05	2,89407	0	57,8813	6,2859	-1,6303	<b>-0,2594</b>	0	0,62918	1,32887	<b>0,64606</b>	<b>1,4847</b>	0,596
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
<b><math>\Sigma =</math></b>	<b>43,9887</b>										<b><math>\Sigma =</math></b>	<b>37,50624375</b>	

Si noti come al secondo step gli elementi della sezione che vengono ridotti in base ad un fattore  $\rho < 1$  diventano **4** e conseguentemente la somma totale delle lunghezze delle parti si riduce da **39,07** cm (primo step) a **37,51** cm

Di questa seconda sezione ridotta (efficace) vengono calcolate le caratteristiche geometriche e lo spostamento nei due piani del baricentro con conseguente generazione di momenti aggiuntivi dati rispettivamente da :

$$\begin{array}{cccc}
 e_y & e_z & \Delta M_y & \Delta M_z \\
 0,074 & -0,266 & -1,332 & 0,37
 \end{array}$$

Il nuovo stato di sollecitazione varia il quadro tensionale sulla sezione efficace e quindi varia il valore del parametro  $\varepsilon = [235/\sigma_{com,Ed}]^{0,5}$  per ciascun elemento come illustrato per lo step 1.

Il terzo step analizza la sezione efficace definita dal secondo step e calcola i nuovi parametri di riduzione della sezione secondo la tabella di seguito riportata :

DATI GEOMETRICI					CALCOLO DELLE LUNGHEZZE EFFICACI - STEP 3								
ELEM.	SPESS.	LUNGH.	l/s	l/s	tensioni step 3		parametri di stabilità					l eff.	l tesa
i	s = cm	c = cm	int. parts	out. parts	$\sigma_s$	$\sigma_d$	$\Psi_i$	$k_{\sigma, \text{int}}$	$k_{\sigma, \text{spor}}$	$\lambda_p$	$\rho$	$c_{\text{eff}} = \text{cm}$	$c_{\text{rid}} = \text{cm}$
1	0,05	2,89407	0	57,8813	-27,008	-26,326	0,9748	0	0	0	1	2,8941	0
2	0,05	3	60	0	-26,326	-17,023	0,6466	4,83311	0	0	1	3	0
3	0,05	1,11803	22,3607	0	-17,023	-13,869	0,8147	4,39749	0	0	1	1,118	0
4	0,05	1	20	0	-13,869	-10,541	0,7601	4,53022	0	0	1	1	0
5	0,05	1,11803	22,3607	0	-10,541	-10,821	0,9741	4,05114	0	0	1	1,118	0
6	0,05	2,475	49,5	0	-10,821	-3,1464	0,2908	6,11593	0	0	1	2,475	0
7	0,05	6	120	0	-3,1464	6,4769	<b>-0,4858</b>	13,1736	0	0,61117	1	<b>4,0383</b>	1,9617
8	0,05	1,41421	28,2843	0	6,4769	4,9798	0,7689	4,50832	0	0,24625	1	1,4142	0
9	0,05	5,95	119	0	4,9798	14,523	0,3429	5,88703	0	1,3576	<b>0,63684</b>	<b>3,7892</b>	0
10	0,05	1,41421	28,2843	0	14,523	19,228	0,7553	4,54216	0	0,42269	1	1,4142	0
11	0,05	6	120	0	19,228	28,851	0,6664	4,7773	0	2,14199	<b>0,4229</b>	<b>2,5374</b>	0
12	0,05	2,475	49,5	0	28,851	21,176	0,734	4,59646	0	0,90079	<b>0,85704</b>	<b>2,1212</b>	0
13	0,05	1,11803	22,3607	0	21,176	18,248	0,8617	4,28928	0	0,36088	1	1,118	0
14	0,05	1	20	0	18,248	14,921	0,8177	4,39054	0	0,29616	1	1	0
15	0,05	1,11803	22,3607	0	14,921	14,974	0,9964	4,00697	0	0,31398	1	1,118	0
16	0,05	3	60	0	14,974	5,6713	0,3787	5,73932	0	0,70395	1	3	0
17	0,05	2,89407	0	57,8813	5,6713	-2,9497	<b>-0,5201</b>	0	0,69816	1,19826	<b>0,70361</b>	<b>1,3396</b>	0,9902
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\Sigma =$		<b>43,9887</b>										$\Sigma =$	<b>37,44718119</b>

Si noti come al terzo step la riduzione degli elementi sia molto contenuta rispetto al secondo step e pertanto la sezione efficace è praticamente definita e lo si può notare dalla somma totale delle lunghezze delle parti efficaci che si riduce da **37,51** cm (secondo step) a **37,45** cm

Di questa terza sezione ridotta (efficace) vengono calcolate le caratteristiche geometriche che saranno utilizzate per la verifica di resistenza della sezione.

### COORDINATE DEL BARICENTRO

$$y'_G = \boxed{3,02} \text{ cm} \quad \text{step 1} \quad 3,04$$

$$z'_G = \boxed{9,11} \text{ cm} \quad \text{step 1} \quad 9,35$$

### CARATTERISTICHE DELLA SEZIONE

$$A_{c, \text{eff}} = \boxed{1,18} \text{ cm}^2 \quad \text{step 1} \quad 1,95$$

$$J_y = \boxed{124,236} \text{ cm}^4 \quad \text{step 1} \quad 128,39$$

$$J_z = \boxed{16,581} \text{ cm}^4 \quad \text{step 1} \quad 17,649$$

$$W_{\text{eff}, y, \text{min}} = \boxed{11,4} \text{ cm}^3 \quad W_{\text{pl}, y} = \boxed{16}$$

$$W_{\text{eff}, z, \text{min}} = \boxed{2,8} \text{ cm}^3 \quad W_{\text{pl}, z} = \boxed{5}$$

L'area efficace  $A_{c, \text{eff}}$  è quella della sezione efficace determinata per compressione uniforme come rappresentato nella seguente figura :

COORDINATE DEL BARICENTRO

$y''_G = 2,65$  cm

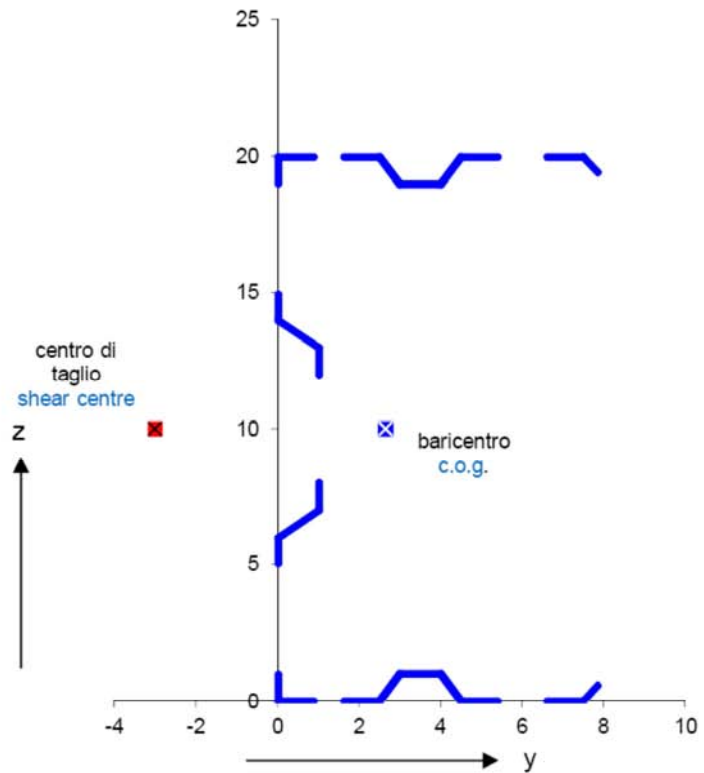
$z''_G = 10,00$  cm

CARATTERISTICHE DELLA SEZIONE

$A_{c,eff} = 1,177$  cm<sup>2</sup>  
 $J_y = 82,4977$  cm<sup>4</sup>  
 $J_z = 6,98682$  cm<sup>4</sup>  
 $W_{y,min} = 8,2$  cm<sup>3</sup>  
 $W_{z,min} = 1,1$  cm<sup>3</sup>

spostamento z baricentro :  $e_{Nz} =$  cm **0,00**

spostamento y baricentro :  $e_{Ny} =$  cm **0,09**

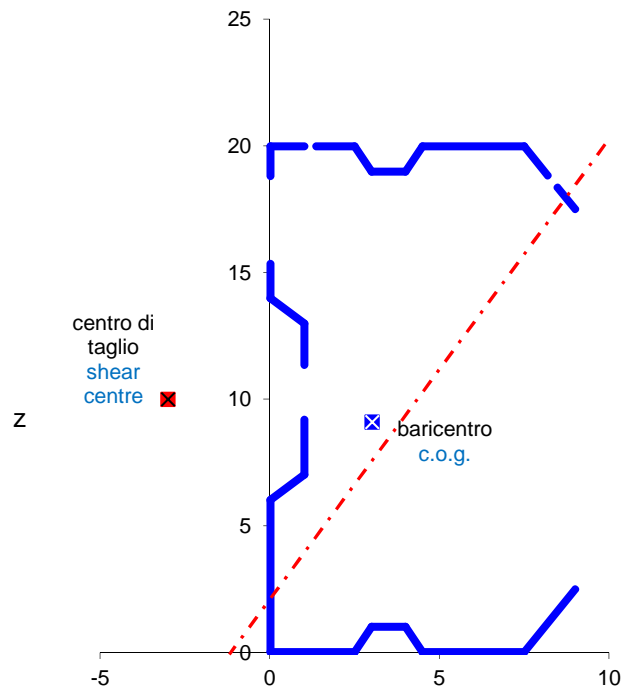


Il calcolo della sezione efficace per compressione uniforme è di seguito riportato :

DATI GEOMETRICI					CALCOLO DELLE LUNGHEZZE EFFICACI								
ELEM.	SPESS.	LUNGH.	l / s	l / s	tensioni iniziali		parametri di stabilità				l eff.	l tesa	
i	s = cm	c = cm	parti int.	parti spor.	$\sigma_s$	$\sigma_d$	$\psi_i$	$k_{\sigma,int}$	$k_{\sigma,spor}$	$\lambda_p$	$\rho$	$c_{eff} =$ cm	$c_{rid} =$ cm
1	0,05	2,89407	0	57,8813	2,2733	2,2733	1	0	0,43	4,15505	0,22978	0,665	0
2	0,05	3	60	0	2,2733	2,2733	1	4	0	1,41219	0,5978	1,7934	0
3	0,05	1,11803	22,3607	0	2,2733	2,2733	1	4	0	0,52629	1	1,118	0
4	0,05	1	20	0	2,2733	2,2733	1	4	0	0,47073	1	1	0
5	0,05	1,11803	22,3607	0	2,2733	2,2733	1	4	0	0,52629	1	1,118	0
6	0,05	2,475	49,5	0	2,2733	2,2733	1	4	0	1,16506	0,69625	1,7232	0
7	0,05	6	120	0	2,2733	2,2733	1	4	0	2,82438	0,32648	1,9589	0
8	0,05	1,41421	28,2843	0	2,2733	2,2733	1	4	0	0,66571	1	1,4142	0
9	0,05	5,95	119	0	2,2733	2,2733	1	4	0	2,80085	0,32899	1,9575	0
10	0,05	1,41421	28,2843	0	2,2733	2,2733	1	4	0	0,66571	1	1,4142	0
11	0,05	6	120	0	2,2733	2,2733	1	4	0	2,82438	0,32648	1,9589	0
12	0,05	2,475	49,5	0	2,2733	2,2733	1	4	0	1,16506	0,69625	1,7232	0
13	0,05	1,11803	22,3607	0	2,2733	2,2733	1	4	0	0,52629	1	1,118	0
14	0,05	1	20	0	2,2733	2,2733	1	4	0	0,47073	1	1	0
15	0,05	1,11803	22,3607	0	2,2733	2,2733	1	4	0	0,52629	1	1,118	0
16	0,05	3	60	0	2,2733	2,2733	1	4	0	1,41219	0,5978	1,7934	0
17	0,05	2,89407	0	57,8813	2,2733	2,2733	1	0	0,43	4,15505	0,22978	0,665	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
<b><math>\Sigma =</math></b>	<b>43,9887</b>											<b><math>\Sigma =</math></b>	<b>23,5390786</b>

La sezione efficace di progetto in presso-flessione deviata è di seguito rappresentata come disegnata dal programma CARGEO-plus.

L'asse neutro in rosso chiarisce l'effetto combinato forze-momenti.



La verifica di resistenza è eseguita in base alla seguente espressione della norma EN 1993-1-1

**EN 1993-1-1: 2005 (E)**

(2) The following criterion should be met:

$$\frac{N_{Ed}}{A_{eff} f_y / \gamma_{M0}} + \frac{M_{y,Ed} + N_{Ed} e_{Ny}}{W_{eff,y,min} f_y / \gamma_{M0}} + \frac{M_{z,Ed} + N_{Ed} e_{Nz}}{W_{eff,z,min} f_y / \gamma_{M0}} \leq 1 \quad (6.44)$$

where  $A_{eff}$  is the effective area of the cross-section when subjected to uniform compression

$W_{eff,min}$  is the effective section modulus (corresponding to the fibre with the maximum elastic stress) of the cross-section when subjected only to moment about the relevant axis

$e_N$  is the shift of the relevant centroidal axis when the cross-section is subjected to compression only, see 6.2.2.5(4)

che produce il seguente risultato in assenza di taglio efficace ( $V_{Ed} < 50\% \cdot V_{pl,Rd}$ ):

VERIFICA DI RESISTENZA  $\gamma_{M0} = \boxed{1,05}$

spostamento z baricentro :  $e_{Nz} = \text{cm}$  **0,00**

spostamento y baricentro :  $e_{Ny} = \text{cm}$  **0,09**

$\sigma_{max} = \boxed{39,98} \text{ kN/cm}^2 < \mathbf{40,00}$

Gli spostamenti  $e_{Nz}$  ed  $e_{Ny}$  si riferiscono alla sezione uniformemente compressa.

## **Un accenno alla verifica di stabilità di sezioni sottili piegate a freddo di forma non-simmetrica e sollecitate a presso-flessione deviata.**

Diciamo subito che il momento critico di instabilità flesso-torsionale non è e non può essere definito analiticamente dalla norma la quale rimanda all'esecuzione di prove di laboratorio o ad un'analisi di buckling (non lineare) con un programma FEM in grado di farla.

Il momento critico è quindi definito in modo analitico solo per casi molto semplici e limitati quali le sezioni a I o H laminate o saldate bi-simmetriche e senza vincoli torsionali e di svergolamento alle estremità caricate nel baricentro (NTC 2008) oppure le sezioni mono-simmetriche laminate o saldate secondo le indicazioni della norma ENV 1993-1-1.

Per problemi come quello qui presentato i coefficienti di instabilità  $\chi_{\min}$  e  $\chi_{LT}$ , necessari alla determinazione delle resistenze di progetto per l'azione combinata momento-forza assiale, non possono prescindere dalla conoscenza del momento critico elastico determinabile solo sperimentalmente o con un'analisi FEM non lineare.

Un criterio empirico per definire un valore molto conservativo del momento critico elastico può essere quello di limitare la lunghezza di instabilità flesso-torsionale ( $\lambda_{LT}$ ) a valori di sicurezza anche suggeriti dalla norma come ad esempio  $\lambda_{LT} \leq 200$  e di assimilare, quando possibile, la sezione non simmetrica ad una bi-simmetrica equivalente. Si può così ottenere un valore minimo del momento critico da usare nel calcolo con le cautele proprie della sensibilità di un buon progettista che non può trascurare neppure il punto di applicazione dei carichi sulla sezione (baricentro, estradosso, centro di taglio).

Nel caso in esame, assumendo il momento critico di una sezione equivalente bi-simmetrica, caricata nel baricentro, riferito ad una lunghezza critica di instabilità di 3 m si avrebbe :  $M_{cr} = 700$  kNcm

Di conseguenza i coefficienti di instabilità flesso-torsionale assumerebbero i seguenti valori :

$$\chi_{\min} = 0,562 ; \chi_{LT} = 0,707$$

Per elemento non vincolato a torsione e flessione alle estremità la verifica di stabilità è riportata nei seguenti fogli di calcolo del programma CARGEO-plus :

**VERIFICA DI STABILITA' GLOBALE IN ACCORDO CON EN 1993-1-3 e NTC 2008**

solo per profilo piegato a freddo

$N_{Ed} =$  5,00 kN

distanza tra vincoli torsionali  $l_T =$  m

sezione piegata ▼  
3,00

**forza critica elastica per instabilità torsionale - item 6.2.3 (5) EN 1993-1-3**

$$N_{cr,T} = \frac{1}{i_0^2} \left( G I_t + \frac{\pi^2 E I_w}{l_T^2} \right) =$$
39 kN

G = 81000 N/mm<sup>2</sup>  
 E = 210000 N/mm<sup>2</sup>

raggio di inerzia della sezione intorno all'asse y-y  
 raggio di inerzia della sezione intorno all'asse z-z  
 distanza centro di taglio - baricentro  
 distanza centro di taglio - baricentro  
 $i_0^2 = i_y^2 + i_z^2 + y_0^2 + z_0^2$   
 costante torsionale della sezione lorda  
 costante di distorsione della sezione lorda

$i_y =$	7,934	cm
$i_z =$	2,958	cm
$y_0 =$	5,741	cm
$z_0 =$	0,000	cm
$i_0^2 =$	<b>104,66</b>	cm
$I_t =$	0,0018329	cm <sup>4</sup>
$I_w =$	1762,9884	cm <sup>6</sup>
$N_{cr,T} =$	<b>38,933433</b>	kN <= $N_{cr,y}$ o $N_{cr,z}$

**forza critica elastica per instabilità flessio-torsionale - Item 6.2.3 (7) EN 1993-1-3**

$$N_{cr,TF} = \frac{N_{cr,y}}{2\beta} \left[ 1 + \frac{N_{cr,T}}{N_{cr,y}} - \sqrt{\left(1 - \frac{N_{cr,T}}{N_{cr,y}}\right)^2 + 4 \left(\frac{y_0}{i_0}\right)^2 \frac{N_{cr,T}}{N_{cr,y}}} \right] =$$

y-y	<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">37</span> kN
z-z	<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">39</span> kN

lunghezza libera di instabilità flessio-torsionale  $l_T =$  m 3,00

snellezza dell'asta intorno all'asse y-y  
 snellezza dell'asta intorno all'asse z-z  
 forza critica di instabilità intorno all'asse y-y  
 forza critica di instabilità intorno all'asse z-z  
 resistenza caratteristica a compressione  
 $\beta_y = 1 - (y_0 / i_0)^2$   
 $\beta_z = 1 - (z_0 / i_0)^2$

$\lambda_y =$	37,81	<= 200
$\lambda_z =$	101,41	<= 200
$N_{cr,y} =$	<b>318,85</b>	kN >= $N_{cr,T}$
$N_{cr,z} =$	<b>44,33</b>	kN >= $N_{cr,T}$
$N_{Rk} =$	49,43	kN/cm <sup>2</sup>
$\beta_y =$	0,6850836	
$\beta_z =$	1	
$N_{cr,TF,y} =$	<b>37,370932</b>	kN
$N_{cr,TF,z} =$	<b>38,933433</b>	kN

**effetto combinato momento - forza assiale - Item 6.2.5 (2) EN 1993-1-3**

$$\left( \frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} \right)^{0,8} + \left( \frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} \right)^{0,8} =$$
0,844 <= 1

solo per profilo piegato a freddo

inserire dati a pag 8 per calcolo di  $\chi_{min}$ ;  $\chi_{LT}$

resistenza di progetto alla instabilità per compress.  
 resistenza di progetto alla instabilità per flessione

$N_{b,Rd} =$	27,774412	kN	= $\chi_{min} \cdot A_{eff} \cdot f_y / \gamma_{M1}$
$M_{b,Rd} =$	386,78453	kNcm	= $\chi_{LT} \cdot W_{y,eff} \cdot f_y / \gamma_{M1}$



**VERIFICA DI STABILITA' PER EFFETTO COMBINATO MOMENTO - FORZA ASSIALE**

Distanza effettiva tra i vincoli torsionali :	L =	300	cm	vincolo parziale	
Lunghezza libera nel piano principale :	L <sub>y</sub> =	300	cm		
Momenti principali di estremità [+;-]	M <sub>1y</sub> =	200	M <sub>2y</sub> =	0	kNcm
Momenti laterali di estremità (+;-)	M <sub>1z</sub> =	50	M <sub>2z</sub> =	0	kNcm
(1) Mom. per carichi trasv. nel piano principale	M <sub>Oy</sub>   =		ΔM <sub>y</sub> =	200	kNcm
(1) Mom. per carichi trasv. nel piano laterale	M <sub>Oz</sub>   =		ΔM <sub>z</sub> =	50	kNcm
Diagramma del momento flettente (*):	(l,p,t,q) <sub>y</sub> =	I	(l,p,t,q) <sub>z</sub> =	I	
Fattore di lunghezza effettiva k (0,5-0,7-1)	k =	1	rotazione z-z libera delle estremità		
Fattore di lunghezza effettiva kw (0,5-0,7-1)	k <sub>w</sub> =	1	distorsione libera delle estremità		
Fattore di distribuzione momenti estremi :	ψ <sub>y</sub> =	0,00	ψ <sub>z</sub> =	0,00	-1 < ψ < 1
Max. spostamento dell'elemento :	δ <sub>Xy</sub>   =		δ <sub>Xz</sub>   =		cm
			M <sub>Z Ed max</sub> =	50	kNcm

nota (1) : momento calcolato per trave semplicemente appoggiata

Coeff. di forma (*):	C1 =	1,879	C2 =	0,00	C3 =	0,939
(*) Fatt. di mom. unif. equival. nel piano princip.	β <sub>My</sub> =	1,800	diagramma lineare			
(*) Fatt. di mom. unif. equival. nel piano princip.	β <sub>Mz</sub> =	1,800	diagramma lineare			
β <sub>w</sub> = W <sub>calc</sub> /W <sub>pl,y</sub>	β <sub>w</sub> =	0,71	per sez. di classe 4			
z <sub>j</sub> = z <sub>g</sub> - 0,5 · ∫ <sub>A</sub> (y <sup>2</sup> +z <sup>2</sup> ) · z dA / J <sub>y</sub>	z <sub>j</sub> =	0,00	cm	β <sub>f</sub> =	0,5	
I <sub>w</sub> = costante di distorsione :	I <sub>w</sub> =	1763	cm <sup>6</sup>	per sezione aperta		
z <sub>g</sub> = punto di applicazione del carico	baricentro					

<b>Momento critico elastico :</b>	M <sub>cr</sub> =	700	700	kNcm	DAN - EC3		
Lunghezza libera nel piano laterale :	L <sub>z</sub> =	300	cm	NTC			
Snellezze effettive per presso-flessione :	λ <sub>y</sub> =	38	λ <sub>z</sub> =	101	λ <sub>lim</sub>		
Snellezze adimensionali corrispondenti :	λ̄ <sub>y</sub> =	0,394	λ̄ <sub>z</sub> =	1,056	< 2,149		
Snellezza per l'instabilità flessio-torsionale :	λ <sub>LT</sub> =	69	λ <sub>0</sub> =	69,098			
Snellezze adimensionali corrispondenti :	λ̄ <sub>LT</sub> =	0,827	λ̄ <sub>LT,0</sub> =	0,2			
Rapporto altezza / larghezza sezione :	h/b =	2,222222	λ̄ <sub>0</sub> =	0,827			
Coeff. di imperfezione per presso-flessione :	α <sub>y</sub> =	0,34	α <sub>z</sub> =	0,34			
φ = 0,5 · [1 + α · (λ̄ - 0,2)] + λ̄ <sup>2</sup>	φ <sub>y</sub> =	0,610	φ <sub>z</sub> =	1,203			
Coeff. di imperfezione per flessio-torsione :	α <sub>LT</sub> =	0,34	per profilo piegato				
φ <sub>LT</sub> = 0,5 · [1 + α <sub>LT</sub> · (λ̄ <sub>LT</sub> - λ̄ <sub>LT,0</sub> )] + β · λ̄ <sub>LT</sub> <sup>2</sup>	φ <sub>LT</sub> =	0,949	β =	1			
Coeff. di riduzione per presso-flessione :	χ <sub>y</sub> =	0,929	χ <sub>z</sub> =	0,562			
Coeff. di riduzione per flessio-torsione :	χ <sub>LT</sub> =	0,707	χ <sub>min</sub> =	0,562			
μ <sub>y</sub> =	-0,158	k <sub>y</sub> =	1,009	k <sub>yy</sub> =	0,615	k <sub>yz</sub> =	0,665
μ <sub>z</sub> =	-0,422	k <sub>z</sub> =	1,041	k <sub>zy</sub> =	0,974	k <sub>zz</sub> =	0,665
μ <sub>LT</sub> =	0,135	k <sub>LT</sub> =	0,987	VERIFICA SECONDO EN 1993-1-1 - METODO 2			

fattore di correzione per distribuzione del momento tra i vincoli

f = 1 - 0,5 · (1 - k <sub>c</sub> ) · [1 - 2,0 · (λ̄ <sub>LT</sub> - 0,8) <sup>2</sup> ]	f =	0,876	γ <sub>M1</sub> =	1	
k <sub>c</sub> = 0,752	χ <sub>LT,mod</sub> = χ <sub>LT</sub> / f =	0,807	f <sub>d</sub> = f <sub>y</sub> / γ <sub>M1</sub> =	42,00	kN/cm <sup>2</sup>

**VERIFICA DI STABILITA' PER PRESSO-FLESSIONE**

ENV 1993	[N <sub>Ed</sub> / (χ <sub>min</sub> · A) + k <sub>y</sub> · (M <sub>y,Ed</sub> + N <sub>Ed</sub> · e <sub>Ny</sub> ) / W <sub>y</sub> + k <sub>z</sub> · (M <sub>z,Ed</sub> + N <sub>Ed</sub> · e <sub>Nz</sub> ) / W <sub>z</sub> ] / f <sub>d</sub> =	
EN 1993-1-1	[N <sub>Ed</sub> / (χ <sub>y</sub> · A) + k <sub>yy</sub> · (M <sub>y,Ed</sub> + N <sub>Ed</sub> · e <sub>Ny</sub> ) / (χ <sub>LT</sub> · W <sub>y</sub> ) + k <sub>yz</sub> · (M <sub>z,Ed</sub> + N <sub>Ed</sub> · e <sub>Nz</sub> ) / W <sub>z</sub> ] / f <sub>d</sub> =	0,715 < 1

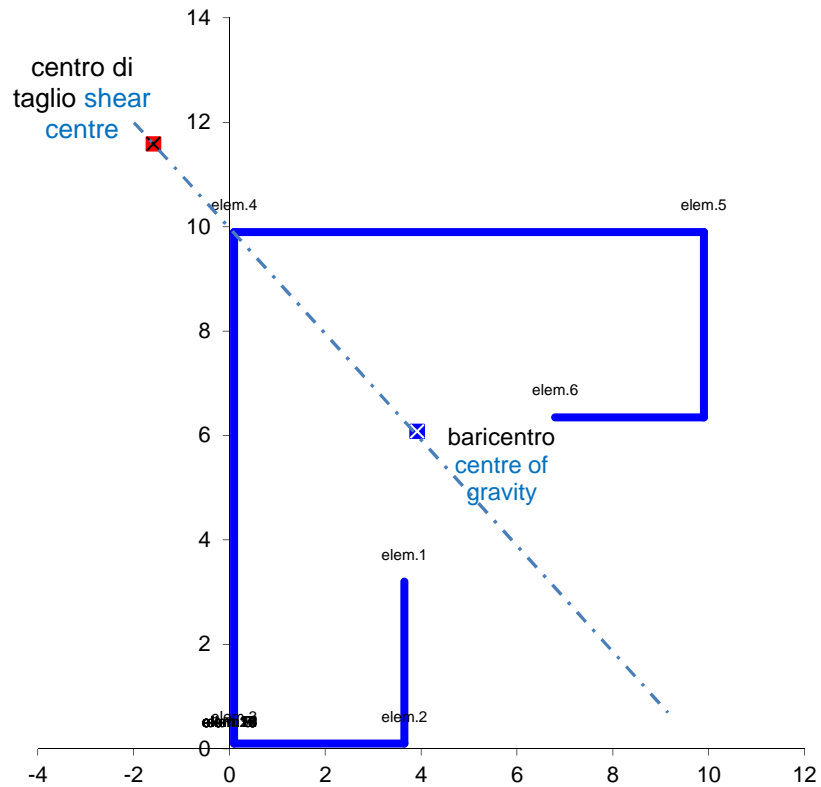
**VERIFICA DI STABILITA' PER FLESSO-TORSIONE**

ENV 1993	[N <sub>Ed</sub> / (χ <sub>z</sub> · A) + k <sub>LT</sub> · (M <sub>y,Ed</sub> + N <sub>Ed</sub> · e <sub>Ny</sub> ) / (χ <sub>LT</sub> · W <sub>y</sub> ) + k <sub>z</sub> · (M <sub>z,Ed</sub> + N <sub>Ed</sub> · e <sub>Nz</sub> ) / W <sub>z</sub> ] / f <sub>d</sub> =	
EN 1993-1-1	[N <sub>Ed</sub> / (χ <sub>z</sub> · A) + k <sub>zy</sub> · (M <sub>y,Ed</sub> + N <sub>Ed</sub> · e <sub>Ny</sub> ) / (χ <sub>LT</sub> · W <sub>y</sub> ) + k <sub>zz</sub> · (M <sub>z,Ed</sub> + N <sub>Ed</sub> · e <sub>Nz</sub> ) / W <sub>z</sub> ] / f <sub>d</sub> =	0,972 < 1

Da cui si evidenzia la maggior pericolosità flessio-torsionale della sezione agli effetti della instabilità



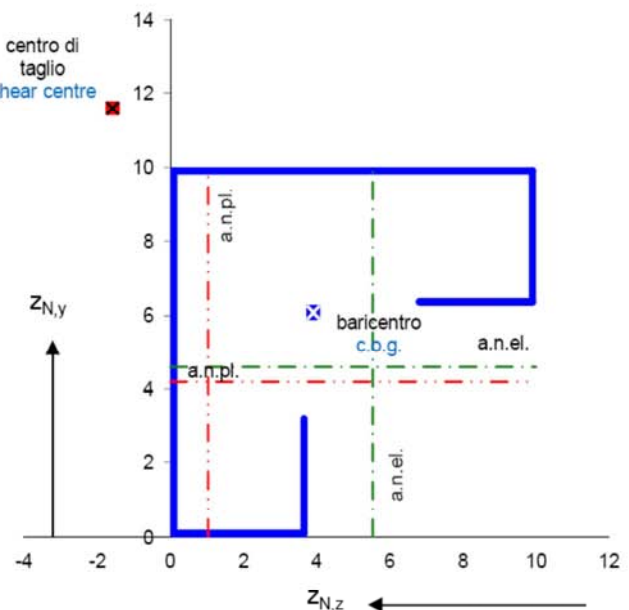
Un secondo esempio riguarda una sezione ad angolare irrigidito simmetrica rispetto all'asse diagonale come di seguito rappresentato.



Il profilo piegato a freddo ha spessore di 1 mm ed è in acciaio S420. Per la classificazione della sezione sono state individuate le posizioni degli assi neutri plastici ed elastici nei due piani principali in base alle sollecitazioni indicate e secondo i criteri esposti per il caso precedente :

acciaio S 420  $\epsilon = 0,74801$

	$f_y = 42$ kN/cm <sup>2</sup>	
(1)	$M_{y,Ed} = 120$ kNcm	resistenza
(2)	$M_{z,Ed} = 80$ kNcm	stabilità
	$N_{Ed} = 20$ kN	
	$Z_{N,y,\alpha} = 4,19$ cm	
	$Z_{N,z,\alpha} = 8,96$ cm	
	$\alpha_y = 0,581$	
	$\alpha_z = 0,104$	
	$\psi_y = -0,850$	
	$\psi_z = -0,804$	
	$Z_{N,y,\psi} = 4,595$ cm	
	$Z_{N,z,\psi} = 4,455$ cm	



note :

- (1) per  $M_y > 0$  : lembo sup. compresso
- (2) per  $M_z > 0$  : lembo sx. compresso

La classificazione della sezione è riportata nella seguente tabella riepilogativa da cui si evince che 4 dei 6 elementi che costituiscono la sezione sono di **classe 4**

RAPPORTI LARGHEZZA/SPESSORE						CLASSIFICAZIONE DEGLI ELEMENTI								
ELEM.	SPESSORE	LUNGH.	parti interne o sporgenti		l / s	l / s	comp. elastico		comp. plastico		classe	classe	classe	classe
i	s = cm	c = cm			parti int.	parti spor.	$\Psi_{c,y}$	$\Psi_{c,z}$	$\alpha_{c,y}$	$\alpha_{c,z}$	1	2	3	classe elem.
1	0,1	3,1	sporgente	▼	0	31	0	1	0	0	6,7321	7,4801	10,301	4
2	0,1	3,55	interna	▼	35,5	0	0	0,348	0	0,2652	101,53	117,04	40,03	1
3	0,1	9,8	interna	▼	98	0	-0,847	1	0,5825	1	24,684	28,425	31,417	4
4	0,1	9,8	interna	▼	98	0	1	-0,8	1	0,0961	24,684	28,425	31,417	4
5	0,1	3,55	interna	▼	35,5	0	0,3308	0	1	0	24,684	28,425	40,32	3
6	0,1	3,1	sporgente	▼	0	31	1	0	1	0	6,7321	7,4801	10,301	4
7	0	0	interna	▼	0	0	0	0	0	0	26,928	31,043	46,89	1
8	0	0	interna	▼	0	0	0	0	0	0	26,928	31,043	46,89	1
9	0	0	interna	▼	0	0	0	0	0	0	26,928	31,043	46,89	1
10	0	0	interna	▼	0	0	0	0	0	0	26,928	31,043	46,89	1
11	0	0	sporgente	▼	0	0	0	0	0	0	6,7321	7,4801	20,481	1
12	0	0	sporgente	▼	0	0	0	0	0	0	6,7321	7,4801	20,481	1
13	0	0	interna	▼	0	0	0	0	0	0	26,928	31,043	46,89	1
14	0	0	interna	▼	0	0	0	0	0	0	26,928	31,043	46,89	1
15	0	0	interna	▼	0	0	0	0	0	0	26,928	31,043	46,89	1
16	0	0	interna	▼	0	0	0	0	0	0	26,928	31,043	46,89	1
17	0	0	interna	▼	0	0	0	0	0	0	26,928	31,043	46,89	1
18	0	0	interna	▼	0	0	0	0	0	0	26,928	31,043	46,89	1
19	0	0	interna	▼	0	0	0	0	0	0	26,928	31,043	46,89	1
20	0	0	interna	▼	0	0	0	0	0	0	26,928	31,043	46,89	1
<b>classe della sezione</b>														<b>4</b>

Il calcolo iterativo della sezione efficace è eseguito in 3 step di seguito illustrati :

1° step :

DATI GEOMETRICI					CALCOLO DELLE LUNGHEZZE EFFICACI - STEP 1									
ELEM.	SPESS.	LUNGH.	l / s	l / s	tensioni iniziali		parametri di stabilità				l eff.	l tesa		
i	s = cm	c = cm	parti int.	parti spor.	$\sigma_s$	$\sigma_d$	$\Psi_i$	$k_{\sigma,int}$	$k_{\sigma,spor}$	$\lambda_p$	$\rho$	$c_{eff} = cm$	$c_{rid} = cm$	
1	0,1	3,1	0	31	-1,2505	-9,6679	0,1293	0	0	0	1	3,1	0	
2	0,1	3,55	35,5	0	-9,6679	-3,2417	0,3353	5,91927	0	0	1	3,55	0	
3	0,1	9,8	98	0	-3,2417	23,368	<b>-0,1387</b>	8,87077	0	1,15533	<b>0,74765</b>	<b>6,4344</b>	1,1939	
4	0,1	9,8	98	0	23,368	5,6283	0,2409	6,3524	0	1,36527	<b>0,63683</b>	<b>6,2409</b>	0	
5	0,1	3,55	35,5	0	5,6283	-4,0111	<b>-0,7127</b>	17,2597	0	0,14725	1	<b>2,0728</b>	1,4772	
6	0,1	3,1	0	31	-4,0111	1,6006	<b>-0,399</b>	0	0,66495	0,34935	1	<b>2,2158</b>	0,8842	
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
<b><math>\Sigma =</math></b>		<b>32,9</b>						<b><math>\Sigma =</math></b>					<b>27,16918006</b>	

Al primo step si nota che gli elementi ridotti attraverso il fattore  $\rho$  sono 2 su 4 dichiarati di classe 4. La lunghezza totale efficace del profilo si riduce da **32,9** cm iniziali a **27,17** cm

2° step :

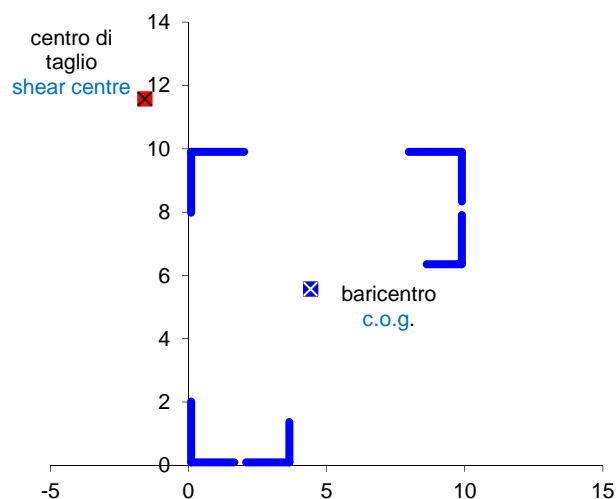
DATI GEOMETRICI					CALCOLO DELLE LUNGHEZZE EFFICACI - STEP 2									
ELEM.	SPESS.	LUNGH.	I / s	I / s	tensioni step 2		parametri di stabilità					I eff.	I tesa	
i	s = cm	c = cm	int. parts	out. parts	$\sigma_s$	$\sigma_d$	$\Psi_i$	$k_{\sigma,int}$	$k_{\sigma,spor}$	$\lambda_p$	$\rho$	$c_{eff} = cm$	$c_{rid} = cm$	
1	0,1	3,1	0	31	0,2132	-8,6937	<b>-0,0245</b>	0	0,57519	0,13707	1	<b>3,0258</b>	0,0742	
2	0,1	3,55	35,5	0	-8,6937	-2,0643	0,2375	6,36917	0	0	1	3,55	0	
3	0,1	9,8	98	0	-2,0643	26,093	<b>-0,0791</b>	8,36885	0	1,2569	<b>0,69392</b>	<b>6,3018</b>	0,7185	
4	0,1	9,8	98	0	26,093	7,792	0,2986	6,08026	0	1,4746	<b>0,59472</b>	<b>5,8282</b>	0	
5	0,1	3,55	35,5	0	7,792	-2,4078	<b>-0,309</b>	10,6875	0	0,22017	1	<b>2,712</b>	0,838	
6	0,1	3,1	0	31	-2,4078	3,3813	<b>-0,7121</b>	0	13,9315	0,11093	1	<b>1,8106</b>	1,2894	
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
$\Sigma =$		<b>32,9</b>											$\Sigma =$	<b>26,148513</b>

Al secondo step la lunghezza totale efficace si riduce da **27,17** cm iniziali a **26,15** cm

3° step :

DATI GEOMETRICI					CALCOLO DELLE LUNGHEZZE EFFICACI - STEP 3									
ELEM.	SPESS.	LUNGH.	I / s	I / s	tensioni step 3		parametri di stabilità					I eff.	I tesa	
i	s = cm	c = cm	int. parts	out. parts	$\sigma_s$	$\sigma_d$	$\Psi_i$	$k_{\sigma,int}$	$k_{\sigma,spor}$	$\lambda_p$	$\rho$	$c_{eff} = cm$	$c_{rid} = cm$	
1	0,1	3,1	0	31	-0,108	-9,9689	0,0108	0	0	0	1	3,1	0	
2	0,1	3,55	35,5	0	-9,9689	-2,8673	0,2876	6,13027	0	0	1	3,55	0	
3	0,1	9,8	98	0	-2,8673	28,306	<b>-0,1013</b>	8,54751	0	1,29536	<b>0,67697</b>	<b>6,0241</b>	0,9014	
4	0,1	9,8	98	0	28,306	8,7015	0,3074	6,04092	0	1,54085	<b>0,57237</b>	<b>5,6093</b>	0	
5	0,1	3,55	35,5	0	8,7015	-2,5908	<b>-0,2977</b>	10,5498	0	0,23418	1	<b>2,7355</b>	0,8145	
6	0,1	3,1	0	31	-2,5908	3,6106	<b>-0,7176</b>	0	14,0927	0,11397	1	<b>1,8049</b>	1,2951	
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
$\Sigma =$		<b>32,9</b>											$\Sigma =$	<b>25,83475987</b>

Al terzo step la lunghezza totale efficace si riduce da **26,15** cm iniziali a **25,83** cm confermando una buona convergenza e la riduzione della sezione applicata a 2 elementi su 4 dichiarati di classe 4. La sezione efficace uniformemente compressa che determina l'area efficace di progetto e lo spostamento del baricentro rispetto alla sezione lorda ( $e_{Ny} = e_{Nz} = 5$  mm) è di seguito rappresentata :



Caratteristiche geometriche della sezione efficace e verifica di resistenza sono di seguito riportate per la sezione in presso-flessione deviata i cui effetti sono evidenziati dalla posizione dell'asse neutro.

#### COORDINATE DEL BARICENTRO

$$y'_G = \boxed{4,24} \text{ cm} \quad \text{step 1} \quad 4,15$$

$$z'_G = \boxed{5,46} \text{ cm} \quad \text{step 1} \quad 5,57$$

#### CARATTERISTICHE DELLA SEZIONE

$$A_{c,eff} = \boxed{1,65} \text{ cm}^2 \quad \text{step 1} \quad 2,72$$

$$J_y = \boxed{36,8964} \text{ cm}^4 \quad \text{step 1} \quad 38,192$$

$$J_z = \boxed{38,9396} \text{ cm}^4 \quad \text{step 1} \quad 40,385$$

$$W_{eff,y,min} = \boxed{6,8} \text{ cm}^3 \quad W_{pl,y} = \boxed{10}$$

$$W_{eff,z,min} = \boxed{6,8} \text{ cm}^3 \quad W_{pl,z} = \boxed{10}$$

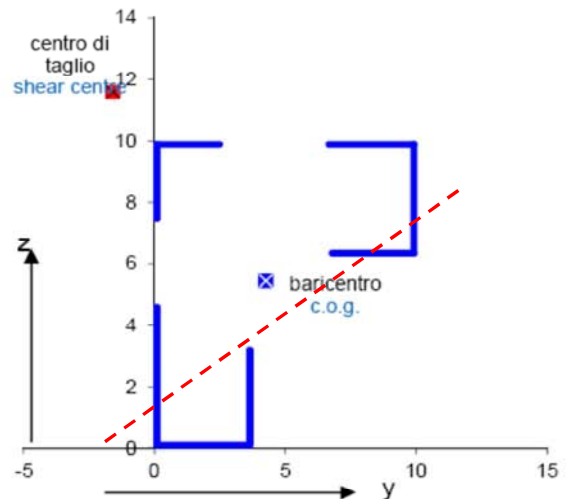
#### VERIFICA DI RESISTENZA

$$\gamma_{M0} = \boxed{1,05}$$

$$\text{spostamento z baricentro : } e_{Nz} = \text{cm} \quad \mathbf{0,50}$$

$$\text{spostamento y baricentro : } e_{Ny} = \text{cm} \quad \mathbf{-0,50}$$

$$\sigma_{max} = \boxed{38,77} \text{ kN/cm}^2 < 40,00 \implies \text{per taglio di progetto } \leq 50\% \text{ della resistenza a taglio}$$



#### Considerazioni finali :

Lo scopo di questa trattazione è dimostrare che problemi complessi non affrontati dalle norme ufficiali possono essere risolti attraverso semplificazioni accettabili e fisicamente comprensibili come la scomposizione e la sovrapposizione degli effetti qui utilizzate, la prima per classificare una sezione e la seconda per definirne la parte efficace in uno stato di presso-flessione bi-assiale. Ricercare soluzioni complesse con riferimento a domini tridimensionali o abachi derivati in cui far rientrare l'infinità dei casi possibili quando il quadro normativo è parziale e discrezionale è materia dei ricercatori che hanno tempo da perdere. A noi normali progettisti servono criteri semplici e di immediata comprensione che non ci facciano perdere la conoscenza degli effetti che una normale presso-flessione bi-assiale produce su una sezione qualunque. L'individuazione di un asse neutro che separa una zona tesa da una zona compressa (anche parzializzata) nella posizione che il calcolo ci da in modo fisicamente corretto è già una consolazione che stiamo operando in modo giusto. Se poi il calcolo semplificato è a favore di sicurezza ne siamo ancora più contenti poiché, oltre ad aver capito qualcosa abbiamo prodotto un risultato anche ottimizzato senza "strafare" Spero di aver dato un contributo alla semplificazione dei processi di progettazione.

Domenico Leone